

HOU SPAIN

SATÉLITES GALILEANOS Y LA MASA DE JÚPITER. GALILEO TEACHER TRAINING PROGRAM.

Fátima López – Víctor Rodrigo

28/07/2009

Curso de Verano El Escorial 27-31 Julio

RESUMEN

La meta principal de este ejercicio es encontrar la **masa de Júpiter** usando el **radio** y el **periodo** de una de sus lunas, que se determinará a través del tratamiento de imágenes de Júpiter y sus lunas.

Cuando un objeto orbita alrededor de otro de mucha más masa, podemos aproximar su órbita a la de un círculo centrado en el cuerpo más masivo y entonces

$$G \frac{m_{luna} M_{Jup}}{r^2} = \frac{m_{luna} v^2}{r} \Leftrightarrow G \frac{m_{luna} M_{Jup}}{r^2} = \frac{m_{luna} (\omega^2 r^2)}{r} \Leftrightarrow M_{Jup} = \frac{\omega^2 r^3}{G}$$

donde r es el radio de la órbita y ω es la velocidad angular.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ entonces } M_{Jup} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

Por tanto, si determinamos el radio de la órbita y el periodo de una de las lunas de Júpiter, podremos estimar la masa de Júpiter.

IMÁGENES.

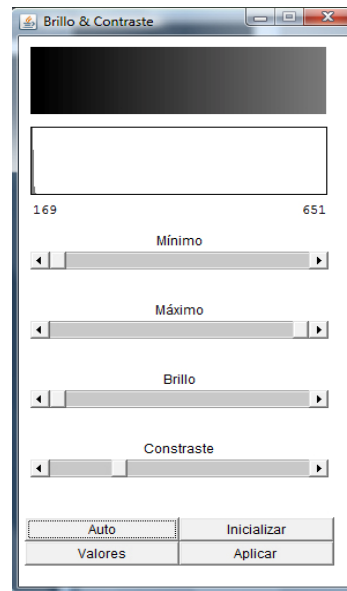
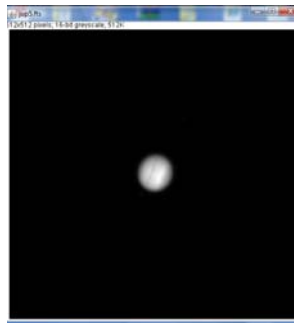
Trabajaremos con 6 imágenes de Júpiter y sus lunas:

jup5.fits, jup6.fits, jup7.fits, jup8.fits, jup9.fits, jup10.fits

y analizaremos estas imágenes con el programa SalsaJ.

Abre las 6 imágenes anteriores con SalsaJ.

Usa *Imagen>Ajustar>Brillo/Contraste>Auto* para ver las lunas en cada imagen.



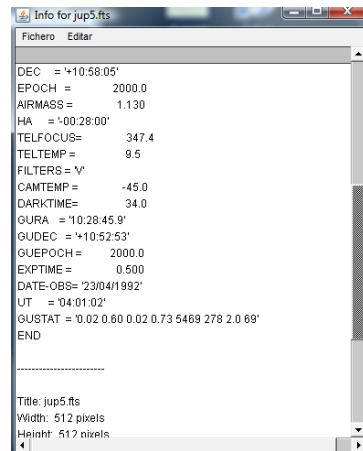
¿QUÉ HACEMOS?

Para determinar el radio y la velocidad angular de una luna, necesitamos medir la distancia de una de las lunas a Júpiter en las diferentes imágenes y conocer el intervalo de tiempo entre ellas. Será más fácil si reunimos toda la información de las diferentes posiciones de las lunas de Júpiter en una sola imagen. Esto lo haremos sumando y restando las imágenes como explicaremos más adelante.

Es importante darse cuenta que las imágenes están alineadas, es decir, Júpiter está centrado en el mismo lugar en todas las imágenes, si esto no fuera así, deberíamos mover las imágenes para centrar Júpiter en la misma posición en todas las imágenes.

Miramos la hora del día de exposición de cada imagen de la siguiente manera:

Imagen>Mostrar información, y miramos para UT (tiempo universal) apuntándolo en un cuadro similar al siguiente:

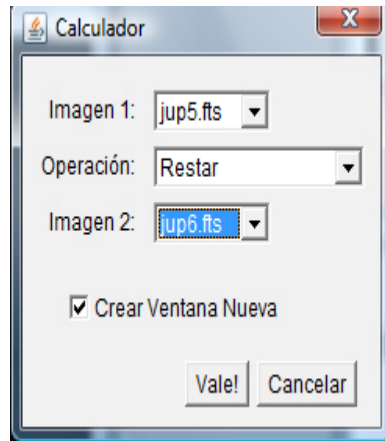


	TU
jup5	
jup6	
jup7	
jup8	
jup9	
jup10	

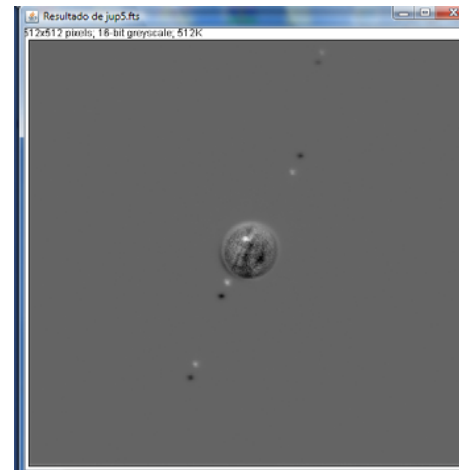
TODAS LAS IMÁGENES EN UNA.

Para reunir todas las imágenes en una, utilizaremos los siguientes comandos:

Usa *Operaciones>Calculadora* y **resta** jup6 a jup5:



y se consigue:



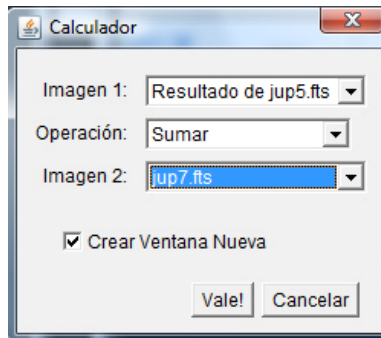
Después de operar, la calculadora crea una nueva imagen llamada resultado de jup5.fits. Ajustar brillo/contraste si no se identifican bien las lunas de Júpiter.

Puedes identificar lunas blancas de jup5 y lunas negras de jup6.

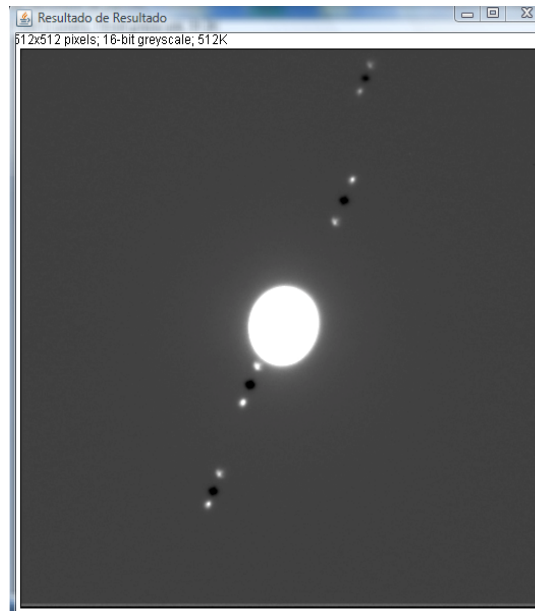
Observando las imágenes nos damos cuenta que las dos lunas de la izquierda están moviéndose desde Júpiter; la luna más cercana a Júpiter por la derecha está también moviéndose desde Júpiter, pero la otra está moviéndose hacia Júpiter.

TODAS LAS IMÁGENES EN UNA (CONT.)

Ahora usamos resultado de jup5.fits y **sumamos** jup7: *Operaciones>Calculadora*.



La nueva imagen es llamada resultado de resultado. Usamos *Imagen>Ajustar>Brillo/Contraste* para identificar las lunas de las diferentes imágenes: jup5 (blanca), jup6 (negra) y jup7 (blanca).

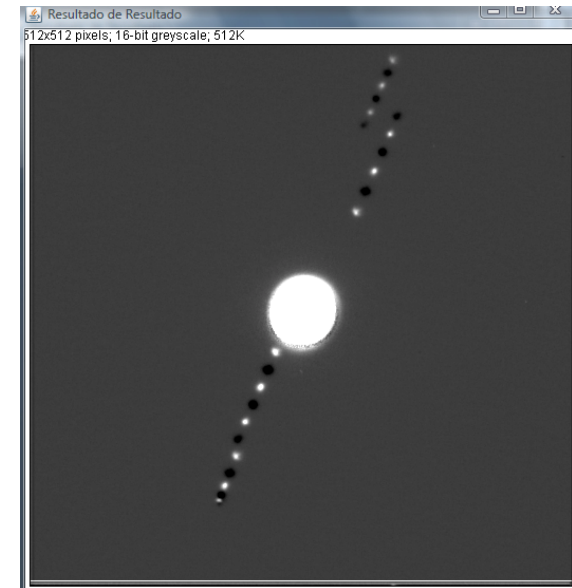


LA IMAGEN.

Ahora **resta** jup8 a resultado de resultado; ¡el archivo nuevo es llamado resultado de resultado otra vez! Así que cierra el anterior resultado de resultado (suma de resultado de jup5 y jup7) para estar seguro de no utilizarle y equivocarte.

Ahora **suma** jup9 a resultado de resultado y obtendrás un nuevo resultado de resultado, entonces cierra el “viejo” resultado de resultado. Finalmente, **resta** jup10 y tendrás un nuevo resultado de resultado, ¡ya la imagen final!. Si quieres salvar esta imagen como archivo FITS usa: *Fichero>Guardar como>FITS...*, y cierra todas las otras imágenes.

Ajusta el brillo y contraste de esta última imagen y verás claramente la trayectoria de cada luna.

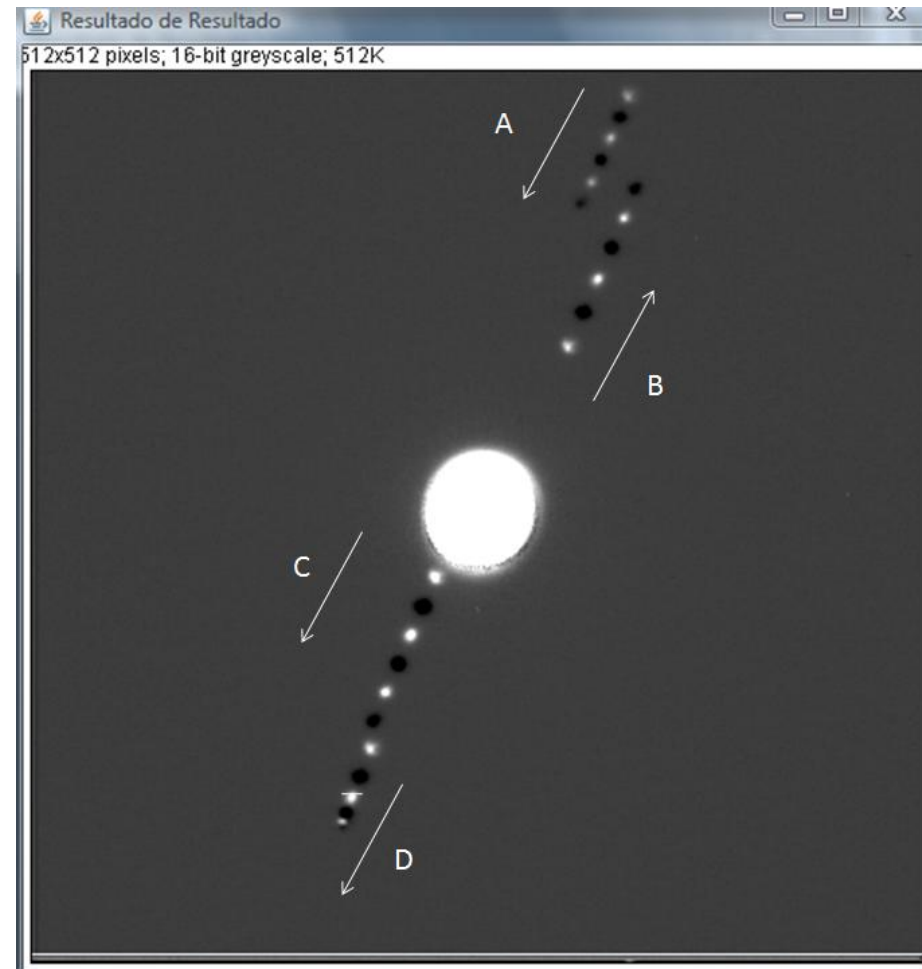


IDENTIFICANDO LAS LUNAS GALILEANAS.

Analiza el movimiento de las lunas.

Intenta ordenar las lunas comenzando por la más cercana a Júpiter.

Argumenta con consideraciones sobre sus velocidades, nota que las imágenes fueron tomadas con un intervalo de una hora, entonces la diferencia en sus posiciones te dirá algo sobre las lunas.



¿CUÁL ES CUÁL?

La luna D parece estar llegando al punto de retorno de su órbita; claramente ésta es la órbita más pequeña, entonces D debería ser Io.

Ordenando las velocidades de las lunas:

$$\text{velocidad luna B} > \text{velocidad luna C} > \text{velocidad luna A}$$

Considerando que las lunas cuya órbita esté más cercana a Júpiter tienen velocidades más grandes, entonces:

La luna A es **Callisto**

La luna B es **Europa**

La luna C es **Ganymede**

La luna D es **Io**

Nota: La luna D es la más rápida, aunque esto no se muestra. Esto es porque está cerca el momento de retorno y la mayor parte de su velocidad es perpendicular a nosotros. Las otras lunas no están en esta situación.

ANALIZANDO Io.

Usaremos el factor de que la luna D está cerca del punto de retorno, para establecer el radio de la órbita de esta luna en píxeles.

La distancia máxima de la luna D desde Júpiter es una buena aproximación a su radio.

Usaremos las distintas distancias a Júpiter para conseguir su velocidad.

Abre una hoja de cálculo en Excel y construye una tabla como la que se muestra a continuación:

	Intervalo de tiempo	Coordenada X	Coordenada Y	Distancia a Júpiter	θ	$\Delta\theta$
Júpiter	---					
Io jup5						
Io jup6						
Io jup7						
Io jup8						
Io jup9						
Io jup10						
					Media de $\Delta\theta =$	

COORDENADAS DE JÚPITER.

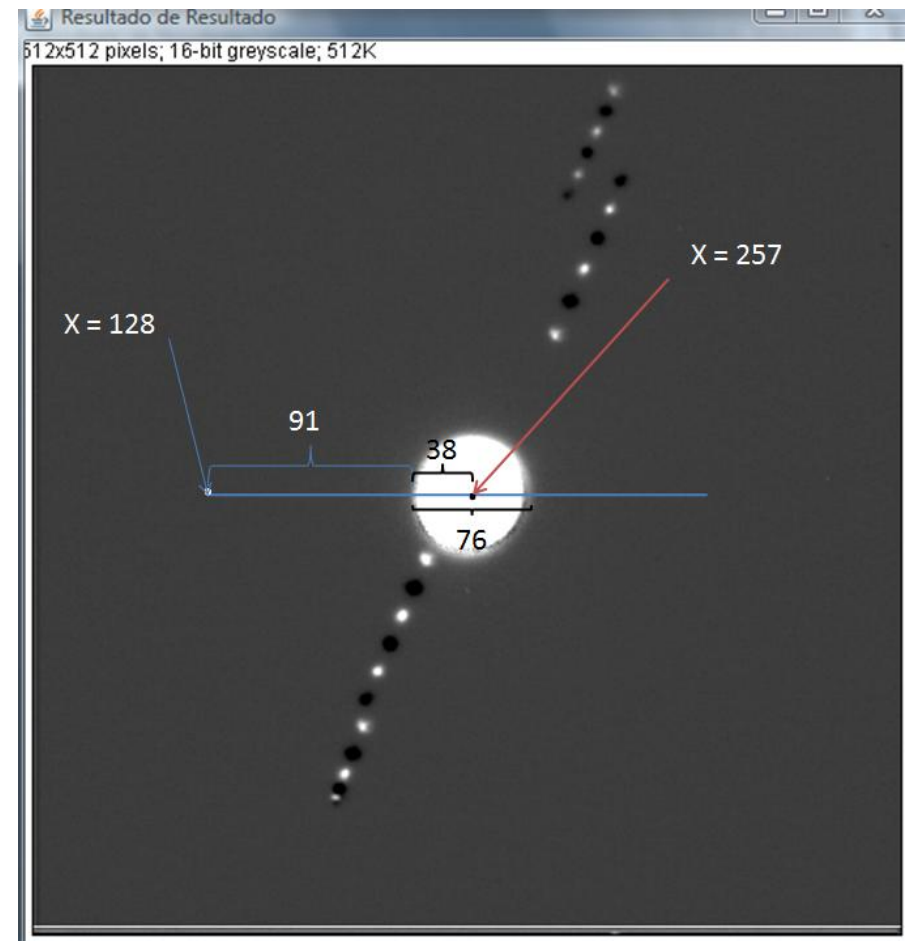
Para determinar la posición de Júpiter usa la opción línea recta:



Coordenada X: dibuja una línea horizontal que atraviese Júpiter, intentado que sea por el centro de Júpiter; ponte al comienzo de la línea y escribe la coordenada x que verás en la barra de herramientas de SalsaJ.

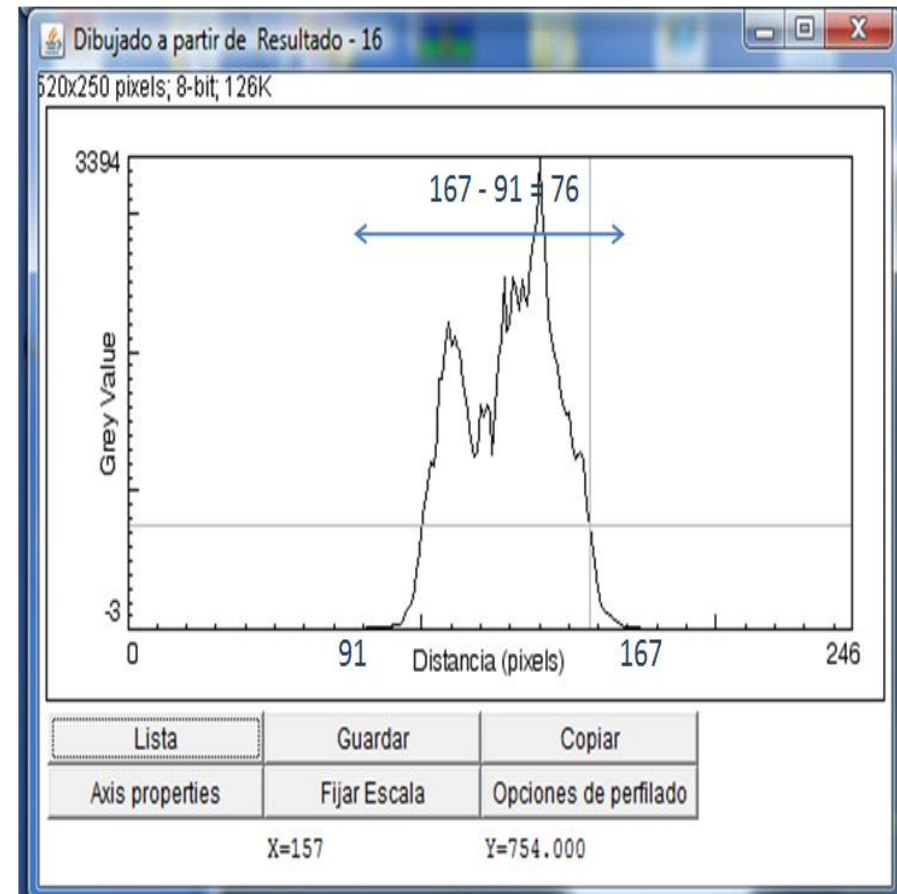


Cuando queremos calcular la coordenada x de Júpiter, estamos calculando la coordenada x del centro de Júpiter. Al dibujar la línea horizontal nosotros estamos situados al principio de la línea por la izquierda, y hay que dibujar el perfil y realizar unos sencillos cálculos para llegar a la coordenada x del centro de Júpiter. En esta página mostramos un dibujo explicativo de lo que vamos a hacer, en la siguiente página se explica cómo dibujar y analizar el perfil.



Ve a *Analizar>Dibujar perfil* y determina el ancho de Júpiter. Para hallar el ancho de Júpiter, se resta donde termina el perfil menos donde comienza el perfil, para calcular el diámetro de Júpiter. Divide por 2 (para calcular el radio de Júpiter) y añádeselo a la coordenada x que obtuviste anteriormente (cuando dibujaste la línea horizontal), también súmale el punto donde comienza el perfil (que es la distancia en píxeles que hay entre el principio de la línea que dibujamos y el comienzo de Júpiter). El resultado final de esta suma será el que tengas que poner en la hoja de cálculo de Excel.

Los resultados de cada persona pueden ser diferentes, ya que la línea horizontal que dibujamos al principio es aleatoria.



$$128 + 91 + 76/2 = 257.$$

COORDENADAS DE JÚPITER Y LA LUNA D.

Si lo crees oportuno, puedes volver a realizar el mismo procedimiento con unas pocas líneas para estar seguro de que obtienes la coordenada x correcta (la coordenada x del centro de Júpiter, no la coordenada que ves en la barra de herramientas).

Haz el mismo procedimiento (con la adaptación necesaria, recuerda que al dibujar el perfil lo que hay que tener en cuenta es la distancia en píxeles) para determinar la coordenada y para Júpiter.

Ahora repite todo para conseguir las coordenadas x e y para la luna D en sus diferentes posiciones. Recuerda que puedes hacer zoom en la imagen.

Apunta todos tus datos en la hoja de cálculo que has construido:

	Intervalo de tiempo	Coordenada X	Coordenada Y	Distancia a Júpiter	θ	$\Delta\theta$
Júpiter	---	257	261			
lo jup5	0:00	194				
lo jup6	1:00					
lo jup7	2:00					
lo jup8						
lo jup9						
lo jup10						
					<i>Media de $\Delta\theta$ =</i>	

DISTANCIA A JÚPITER EN PÍXELES.

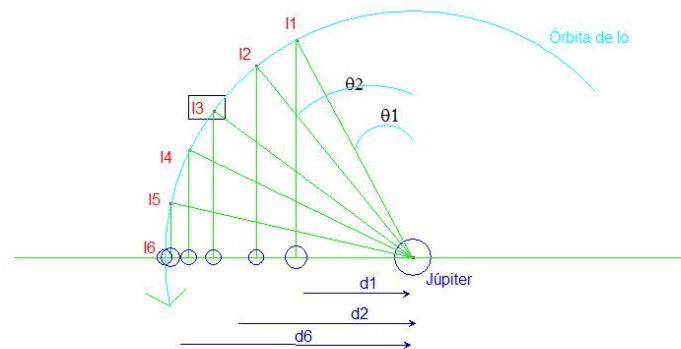
Calcula la distancia, en píxeles, entre la luna y Júpiter en cada imagen usando la siguiente fórmula:

$$D = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(x_{Io} - x_{Jup})^2 + (y_{Io} - y_{Jup})^2}$$

	Intervalo de tiempo	Coordenada X	Coordenada Y	Distancia a Júpiter	θ	$\Delta\theta$
Júpiter	---	257	261			
Io jup5	0:00	194	122	152.6		
Io jup6	1:00					
Io jup7	2:00					
Io jup8						
Io jup9						
Io jup10						
					<i>Media de $\Delta\theta$ =</i>	

DESPLAZAMIENTO ANGULAR.

Para conseguir la velocidad angular consideramos la siguiente figura:



En el intervalo de tiempo Δt entre jup5 y jup6 , Io se movió $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ radianes, entonces su **velocidad angular** es $\omega_1 = \Delta\theta/\Delta t$. Con trigonometría básica encontramos que $\theta_1 = \arcsin(d_1/d_6)$ y $\theta_2 = \arcsin(d_2/d_6)$.

Calcula todos los desplazamientos angulares.

VELOCIDAD ANGULAR Y PERIODO.

Como el intervalo de tiempo entre todas las imágenes es el mismo, 1 hora, la **velocidad angular** es $\omega = \Delta\theta$ rad/h.

Calcula el **desplazamiento angular medio** y tienes la **velocidad angular media** en rad/h; expresa la **velocidad angular media** en rad/días; halla el **periodo** en días: $T = 2\pi/\omega$ y pásalo a segundos.

Apunta todos los datos que vas calculando en tu cuadro:

	Intervalo de tiempo	Coordenada X	Coordenada Y	Distancia a Júpiter	θ	$\Delta\theta$	$\omega = \Delta\theta/\Delta t$	$T = 2\pi/\omega$
Júpiter	---	257	261					
lo jup5	0:00	194	122	152,6	0,86659605			
lo jup6	1:00	188	106	169,7	1,010871707	0,144275660		
lo jup7	2:00	183	94	182,7	1,148619291	0,137747580		
lo jup8	3:00	179	85	192,7	1,291986716	0,143367420		
lo jup9	4:00	178	80	197,5	1,404781112	0,112794400		
lo jup10	5:00	178	77	200,2	1,570796327	0,166015210		
					Media de $\Delta\theta =$	0,14084006	3,38016133	1,85884184

RADIO.

Hemos considerado la posición de la luna D en la imagen jup10 como el punto de retorno, con este dato tenemos el radio de su órbita en píxeles. Necesitamos transformar los píxeles en distancia real conociendo:

Escala 0.63''/píxel

Pasa el radio en píxeles a grados y luego a radianes.

Utiliza la distancia a Júpiter (que es conocida), $D_{\text{Júpiter-Tierra}} = 7.8 \times 10^{11}$ m, y pasa el radio a metros.

Finalmente, con todos los datos calculados hasta ahora y utilizando la fórmula del resumen, calcula la masa de Júpiter.

RESULTADOS.

$$r = 200 \text{ pix} * \frac{0.63''}{1 \text{ pix}} * \frac{1'}{60''} * \frac{1^\circ}{60'} * \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = 0.000611 \text{ rad}$$

$$r = 0.000611 * 7.8 * 10^{11} = 4.78 * 10^8 \text{ m}$$

$$T = 1.8588 \text{ d} * \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ d}} * \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 160604 \text{ s}$$

$$M_{Jup} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (4.78 * 10^8 \text{ m})^3}{6.67 * 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ Kg}^{-1} (160604 \text{ s})^2} = 2.50 * 10^{27} \text{ Kg}$$

COMPARACIÓN CON LOS DATOS REALES.

A continuación se muestra un cuadro con los datos reales y los datos que nos han salido a nosotros, calculando el error:

	R_{io} (m)	T_{io} (s)	M_{jup} (Kg)
Real	4,20E+08	1,50E+05	1,90E+27
Nuestros datos	4,80E+08	1,60E+05	2,50E+27
Error	13,15%	5,07%	31,23%