El Viajero Estelar: matemáticas en el espacio

Institución: Universidad Complutense de Madrid /AEGORA

Plantilla del escenario educativo: enseñanza basada en la indagación

Escenario educativo: El viajero estelar: matemáticas en el espacio

Situación educativa

A los estudiantes se les enseña a resolver problemas matemáticos que previamente han sido muy bien definidos. Así, perciben las matemáticas como algo seguro y estático ya que, desde que un problema es resuelto en el aula, todos los problemas subsiguientes similares a la muestra se resolverán de una manera análoga. Sin embargo, en las matemáticas también hay investigación. Existen problemas matemáticos no resueltos y muchos de ellos están relacionados con hechos cotidianos. Entre esos problemas, hay uno que puede ser fácilmente asimilable por jóvenes de secundaria y bachillerato: el «problema del viajero». O en este caso, el problema del viajero estelar.

El «problema del viajero estelar» es un problema clásico de optimización. A los estudiantes se les invita a visitar varios sistemas planetarios, para lo cual deben definir cuál el camino óptimo (el más corto). Para ello, primero deberán computar todos los caminos posibles y seleccionar entre ellos el mejor. Esta labor requiere enumerar todas las permutaciones posibles. Inmediatamente se darán cuenta de que es una tarea relativamente sencilla, ¡pero que lleva demasiado tiempo! De hecho, podría tomar tanto tiempo que el problema mismo no sería resuelto.

Así se introduce naturalmente el concepto de los algoritmos heurísticos definidos para encontrar soluciones relativamente buenas a problemas que no pueden ser resueltos con exactitud. El objetivo de este escenario es familiarizar a los estudiantes con la investigación matemática.

Objetivos del escenario educativo

A través de este escenario los estudiantes:

1. conocerán los principales planos que se utilizan como referencia para astrografía: el ecuador y el plano galáctico
2. conocerán la localización de los sistemas planetarios actualmente conocidos en el espacio
3. aprenderán a medir distancias y a diferenciar entre coordenadas cartesianas y coordenadas esféricas
4. aprenderán acerca del «problema del viajero estelar» así como algunas formas de buscar buenas soluciones a través de la heurística. De esta manera, se les introduce a conceptos como la «inteligencia artificial»

Características y requerimientos para estudiantes

Los estudiantes tienen un conocimiento limitado de lo que supone la investigación matemática. Cuando se les enseña matemáticas, las aprenden en forma de lenguaje o como una herramienta útil para otras asignaturas: química, física o dibujo técnico. Los estudiantes tienden a rechazar las matemáticas como asignatura en secundaria y bachillerato porque el lenguaje es abstracto. Este ejercicio provee de un entorno llamativo para estimular el pensamiento matemático y la discusión acerca de un problema matemático abierto.

Además, este escenario educativo permite a los estudiantes interactuar (por ejemplo, al trabajar en parejas o grupos) y desarrollar habilidades sociales y colaborativas. De esta manera se les muestra la ciencia como una actividad grupal y no como una tarea exclusivamente individual. Este giro en su percepción puede conllevar un interés creciente de muchos de ellos hacia la ciencia e incluso posiblemente conducirlos a estudiar carreras científicas.

Razonamiento de la aproximación educativa y parámetros que garantizan su implementación

Esta actividad está diseñada de acuerdo con un **modelo basado en la investigación** y sigue una aproximación científica. A los estudiantes se les invita a hacer predicciones acerca de cuál sería el camino más adecuado para visitar varios planetas extrasolares. Basándose en su propia investigación, se les pide que saquen sus propias conclusiones y propongan una solución óptima.

Al trabajar divididos en grupos, de cada uno se espera que tracen viajes diferentes. Promover un debate entre ellos les ayudaría a madurar el conocimiento.

Actividades educativas

0. Actividades que suscitan cuestiones

a. mostrar curiosidad

Puedes comenzar tu clase con algunos vídeos describiendo los orígenes del ajedrez. Las historias acerca de la invención del ajedrez varían mucho. Sin embargo, todas incorporan el mismo problema de la progresión geométrica.

Problema del trigo y del tablero de ajedrez [wikipedia]

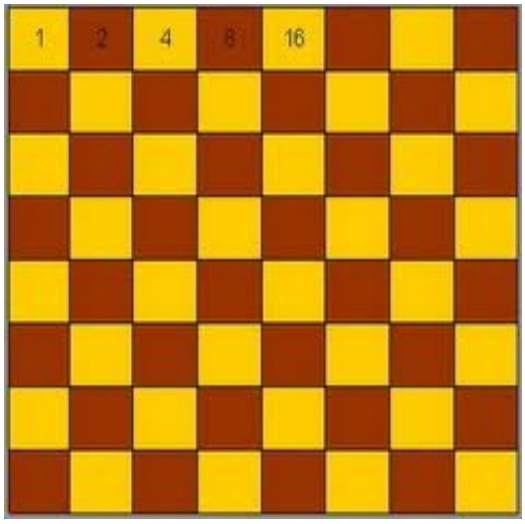

Figura 1: Quien ideó el juego del ajedrez regaló su invento al rey que recientemente había perdido a su hijo. El rey estuvo tan agradecido que otorgó al inventor el derecho de pedir lo que quisiera a cambio de la creación. El inventor pidió al rey lo siguiente: por el primer cuadrado del tablero, recibiría un grano de trigo (según la versión de la historia, el grano puede ser de arroz); dos granos por el segundo; cuatro en el tercero... y así por cada cuadro, doblando cada vez la cantidad. El regente, aritméticamente inconsciente de lo que hacía, aceptó la oferta del inventor, sin percatarse de que no podría cumplir su compromiso.

Este ejercicio puede ser utilizado para demostrar cuán rápido crecen las secuencias exponenciales, así como para introducir los exponentes, el 'poder cero' y las series geométricas.

Llegado este punto, presenta el problema del viajero espacial mediante la aplicación desarrollada por el grupo de investigación complutense AEGORA (Universidad Complutense de Madrid). «El Viajero Estelar» está disponible en la plataforma de recursos wiki de Hands-On Universe (España) [url: www.houspain.com].

La herramienta está programada como una aplicación JAVA, por lo que requiere tener el complemento instalado. Funciona en cualquier navegador. Ahí encontrarás estimaciones de permutaciones y el tiempo de cómputo requerido para evaluar cuál sería el camino óptimo para visitar cada uno de los 140 sistemas planetarios que muestra la herramienta.

Figura 2: Acceso a la página de la herramienta. Un sistema interactivo de aprendizaje *online* provee recomendaciones a los estudiantes sobre las características principales de los sistemas y del conocimiento matemático requerido para medir distancias y planificar un viaje eficaz.

Como docente, contarás a los estudiantes qué es lo que harán concretamente durante el ejercicio:

- aprenderán acerca de referencias en el espacio para localizar estrellas y sistemas planetarios
- estudiarán la distribución de sistemas planetarios extrasolares así como sus propiedades
- aprenderán a medir distancias en el espacio a partir de coordenadas astronómicas
- calcularán el tiempo que llevaría viajar hasta ellos

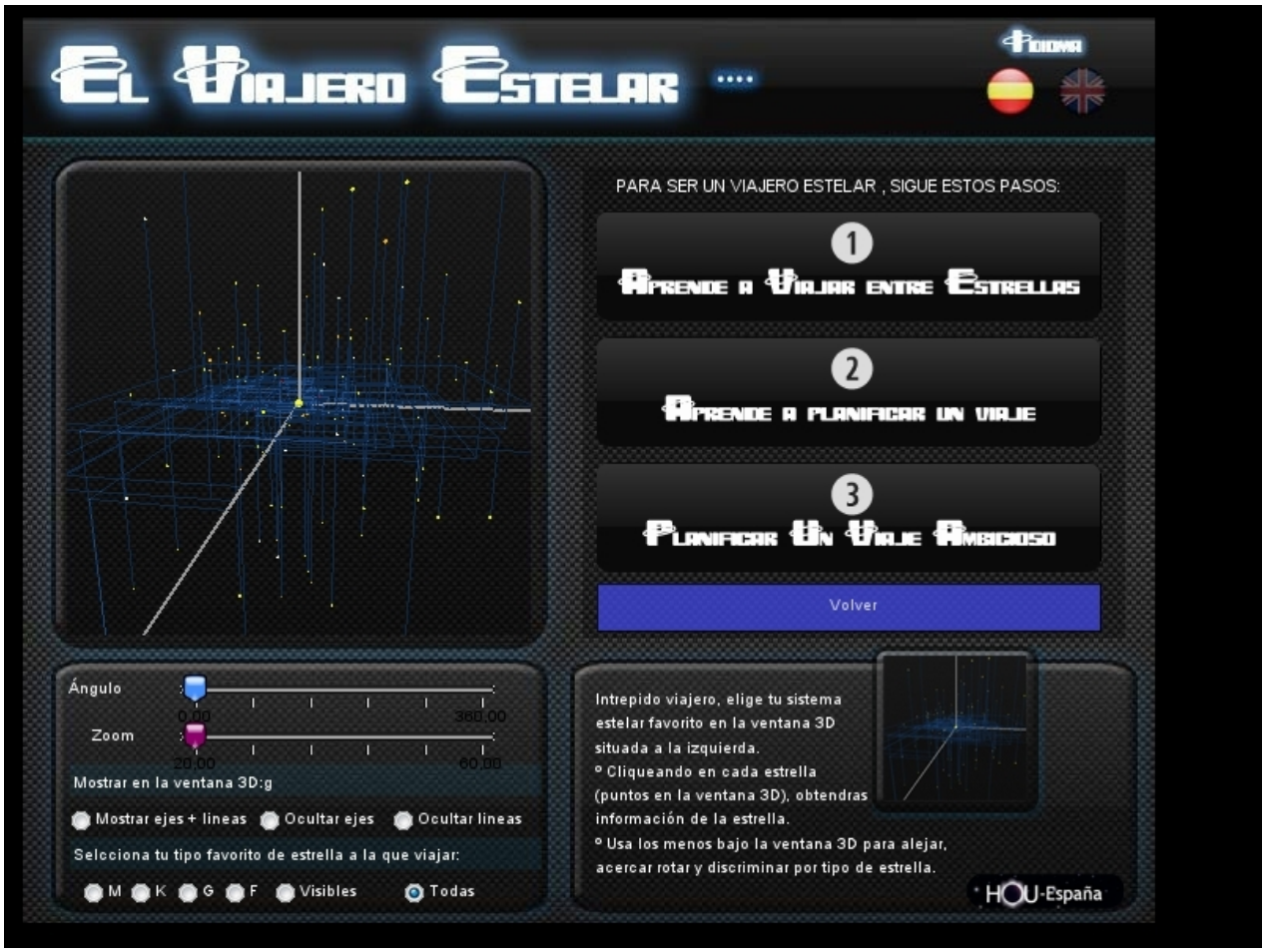

Figura 3: Acceso a la ventana con las tres actividades propuestas en la herramienta. La actividad (1) enseña a los estudiantes a medir distancias y a transformar las coordenadas esféricas (astronómicas) a coordenadas cartesianas. La actividad (2) introduce el concepto de optimización a través de una actividad de permutación simple con cuatro estrellas. La actividad (3) conduce a los estudiantes a problemas de optimización cuando los números aumentan. Este último paso se lleva a cabo con diez estrellas y existe una herramienta diseñada para ayudar a los estudiantes a entender al vecino heurístico más cercano.

b. Planteamiento de cuestiones a partir del conocimiento previo

Durante la discusión con los estudiantes, asegúrate de preguntarles algunas de las siguientes cuestiones. Es una manera de comprometerlos con el tema y de revisar los conocimientos previos que tienen sobre la materia.

1. ¿Cómo se miden las distancias entre estrellas?
2. Utiliza la aplicación JAVA para estimar un camino óptimo visitando solamente cuatro (4) sistemas planetarios
3. ¿Por qué se requiere enumerar todas las permutaciones posibles?
4. ¿Por qué el número de permutaciones incrementa exponencialmente con el número de planetas a visitar?
5. Invita a la clase a diseñar en conjunto un cómputo pequeño de permutaciones a partir de un número de planetas que incrementa.

Finalmente, incentiva una conversación con la clase preguntando a los estudiantes sobre permutaciones de elementos diversos y cómo estas incrementan cuando el número de elementos incrementa. Condúcelos a relacionar este problema con el crecimiento exponencial y el problema del tablero de ajedrez visto previamente.

1. Investigación activa

a. propuesta de explicación preliminar o hipótesis

Invita a los estudiantes a proponer estrategias para encontrar el camino óptimo para varias selecciones distintas de sistemas planetarios. Los estudiantes deberán seleccionar cúmulos de sistemas planetarios diferentes para visitar. Asimismo, grupos distintos pueden estudiar diversos tipos de cúmulos.

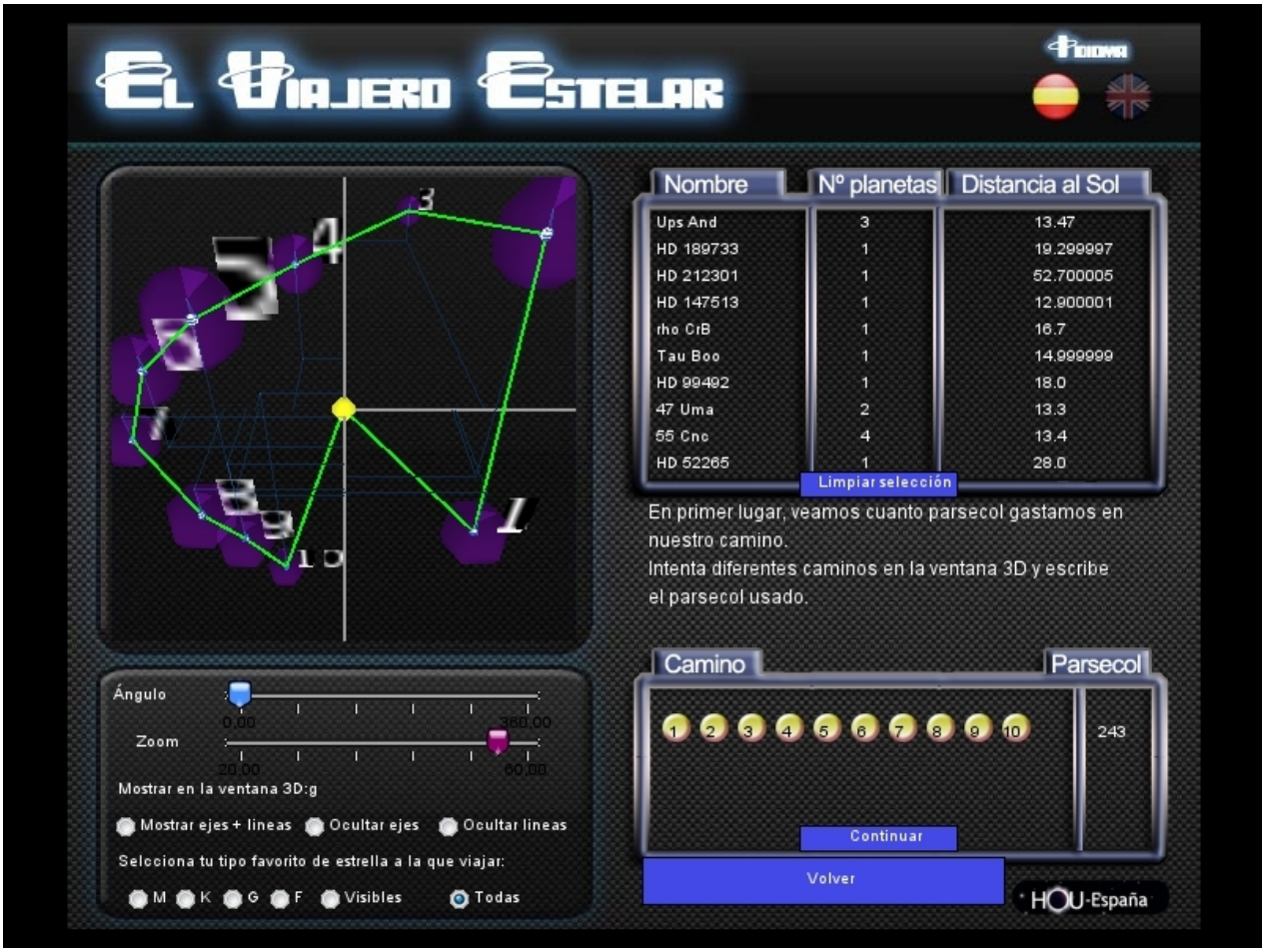

Figura 4: Accede a la actividad (3). Dentro, encontrarás una herramienta interactiva para seleccionar diez (10) sistemas planetarios a los que viaje en el mapa 3D. La herramienta indica información sobre las distancias al Sol para ayudar en la selección del camino más adecuado.

b. planificación y conducción de una investigación sencilla

Después de que los estudiantes hayan hecho sus predicciones, procede a dividir a la clase en grupos de trabajo.

Propón una estrategia sencilla para hallar el camino óptimo: para viajar al sistema planetario más cercano primero, primero debes conocer tu posición actual. La herramienta ayudará a los estudiantes a definir este camino más directo mediante el uso de / aplicando la búsqueda mediante algoritmos heurísticos.

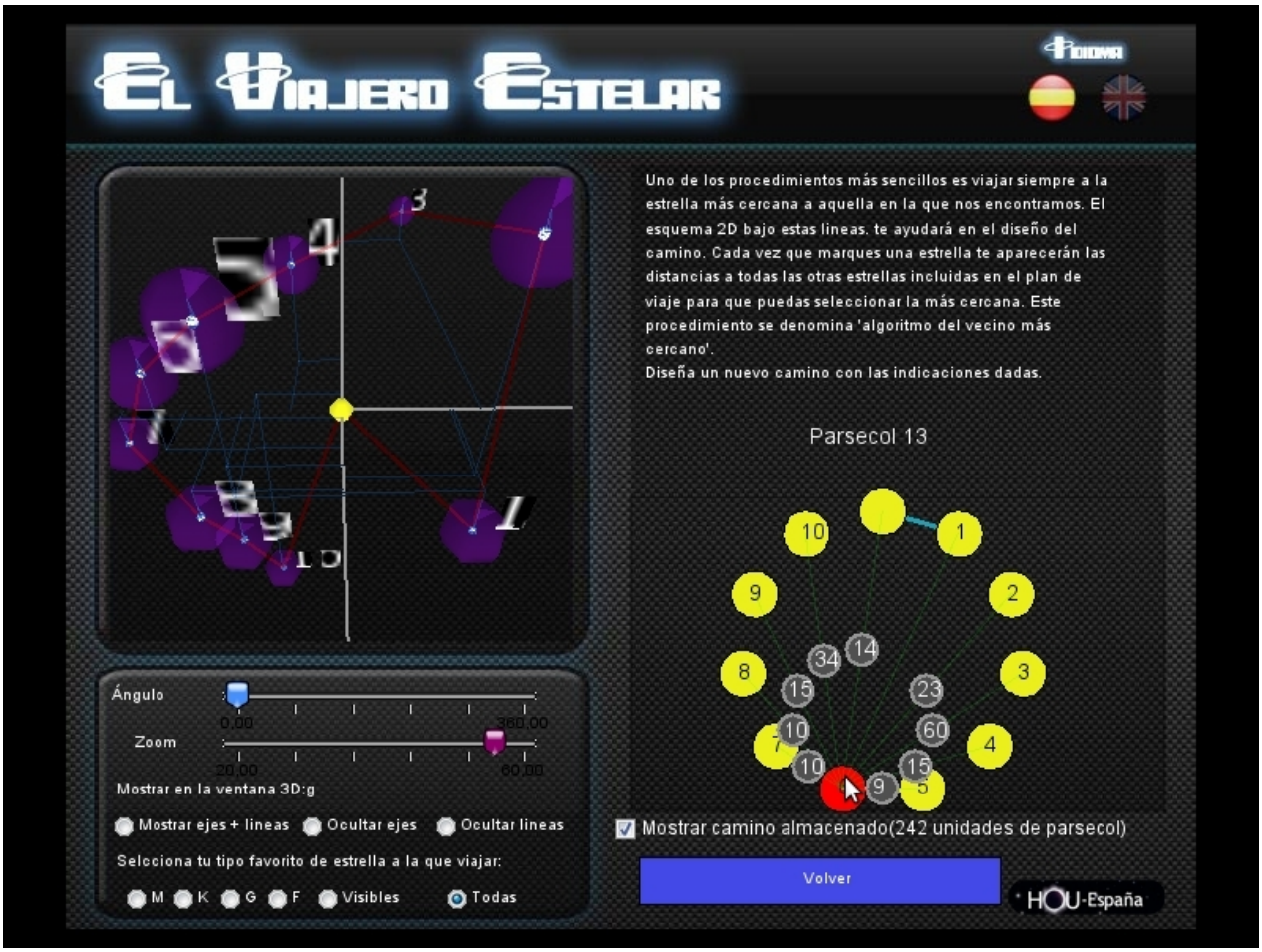

Figura 5: La herramienta permite seleccionar al vecino más cercano y mantiene un recuento constante de la distancia cubierta en el camino en cuestión.

Una vez el camino esté completo, los alumnos se encontrarán con que para algunas de las selecciones, no es el mejor camino posible.

La clase discutirá los resultados y propondrá estrategias para garantizar que han encontrado el camino óptimo. Así, los equipos deberán proponer nuevos algoritmos.

2. Discusión

a. explicación basada en la evidencia

Plantea las siguientes preguntas a los estudiantes.

- ¿Por qué el algoritmo vecino más cercano no siempre es el óptimo?
- ¿Tiene esto algo que ver con los cúmulos en la representación 3D de sistemas planetarios seleccionados?
- ¿Tiene algo que ver con la distancia al Sol?
- ¿Qué otros algoritmos propondrías?
- Tras responder a estas cuestiones y agrupados para trabajar en equipo, los estudiantes escribirán un informe con las respuestas y conclusiones.

b. considerar explicaciones alternativas

Discute con los alumnos sobre:

- cómo está relacionado el algoritmo vecino más cercano con el problema de la permutación visto al principio.

- los algoritmos propuestos por la clase. Analiza con ellos la relevancia de los cúmulos en la validez de las heurísticas propuestas.

5. Reflexión

a. comunicar los resultados

Haz una valoración de todo lo discutido hasta el momento con la clase. Compara el análisis hecho sobre el problema con otros problemas análogos de la vida cotidiana (por ejemplo, la decodificación de una contraseña).

Roles de participación

En este escenario, los **estudiantes** comienzan a discutir sobre sistemas de referencia e hipotéticos viajes a otros sistemas planetarios, para acabar discutiendo acerca de un problema matemático abierto y abstracto.

El **docente** es un facilitador y guía a los alumnos a lo largo del proceso de medición y reflexión. Ella/él expone los conceptos pertinentes y dirige a los alumnos hacia el problema en cuestión mediante el cuestionamiento constante. Ella/él puede también inducir a los alumnos a métodos simples de programación con ordenador para probar sus algoritmos e incluso iniciar un concurso para hallar el algoritmo más rápido.

Herramientas, servicios y recursos

1. Ordenadores, conexión a Internet y Java
2. Plataforma Wiki de Hands-On Universe (España)
3. Manuales 1 y 2 de la Wiki-HOU

   - Coordenadas astronómicas, distancias y magnitudes

   - Heurísticas