



Siete pasos para descubrir una estrella enana Del Doppler a los exoplanetas



EU- HOU OHP – France May 2009

Ejercicio Propuesto por:

Roger FERLET, Instituto de Astrofísica de París, Francia ferlet@iap.fr

Michel FAYE, Liceo Louis Le Grand, París, Francia mfaye2@wanadoo.fr

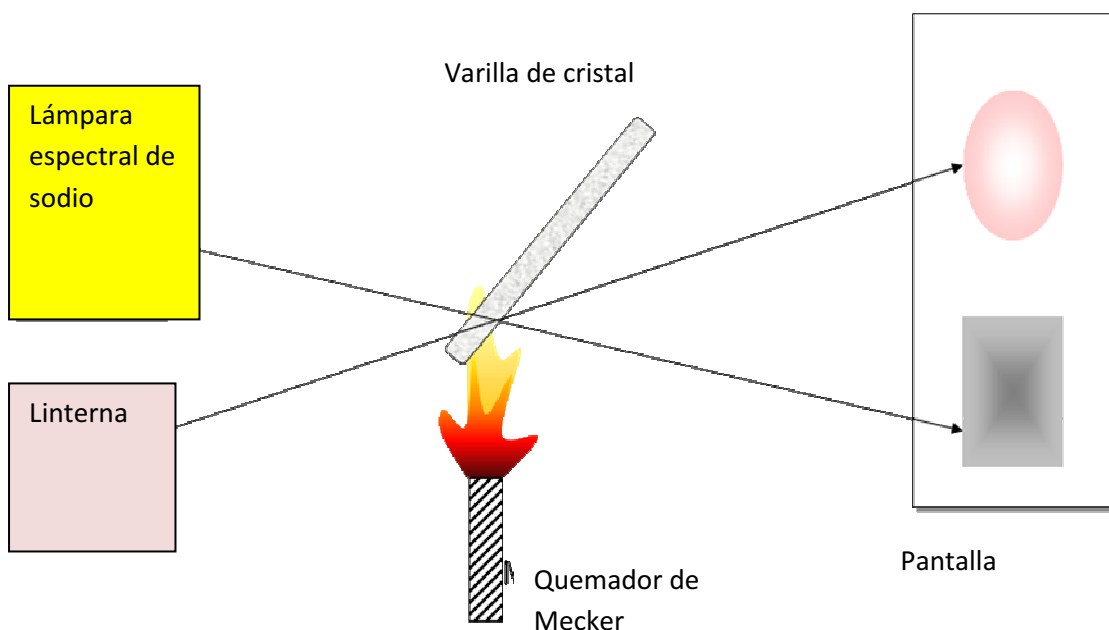
Suzanne FAYE, Liceo Chaptal, París, Francia mfaye@club-internet.fr

1^{er}. Paso : ESPECTROSCOPIA

1.1 Una estrella emite un espectro continuo debido a las reacciones nucleares, con líneas de absorción debidas a la atmósfera de la estrella.

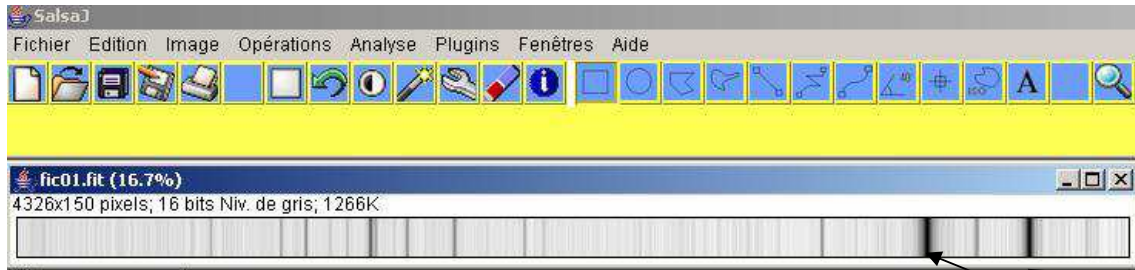
Veremos 11 espectros de una estrella binaria, en fechas diferentes ; estudiaremos la parte del espectro que rodea las líneas de sodio ; se han escogido las líneas de sodio porque se puede experimentar fácilmente con lámparas de sodio o con sal común.

1.2 Experimento :



La varilla de cristal contiene cloruro de sodio (NaCl) ; cuando se calienta a alta temperatura, produce una luz de sodio que absorbe la luz de la lámpara espectral de sodio, mientras que la luz de la linterna no cambia. Este fenómeno se llama **resonancia de las líneas de sodio**.

1.3 Abre la imagen fic01.fit



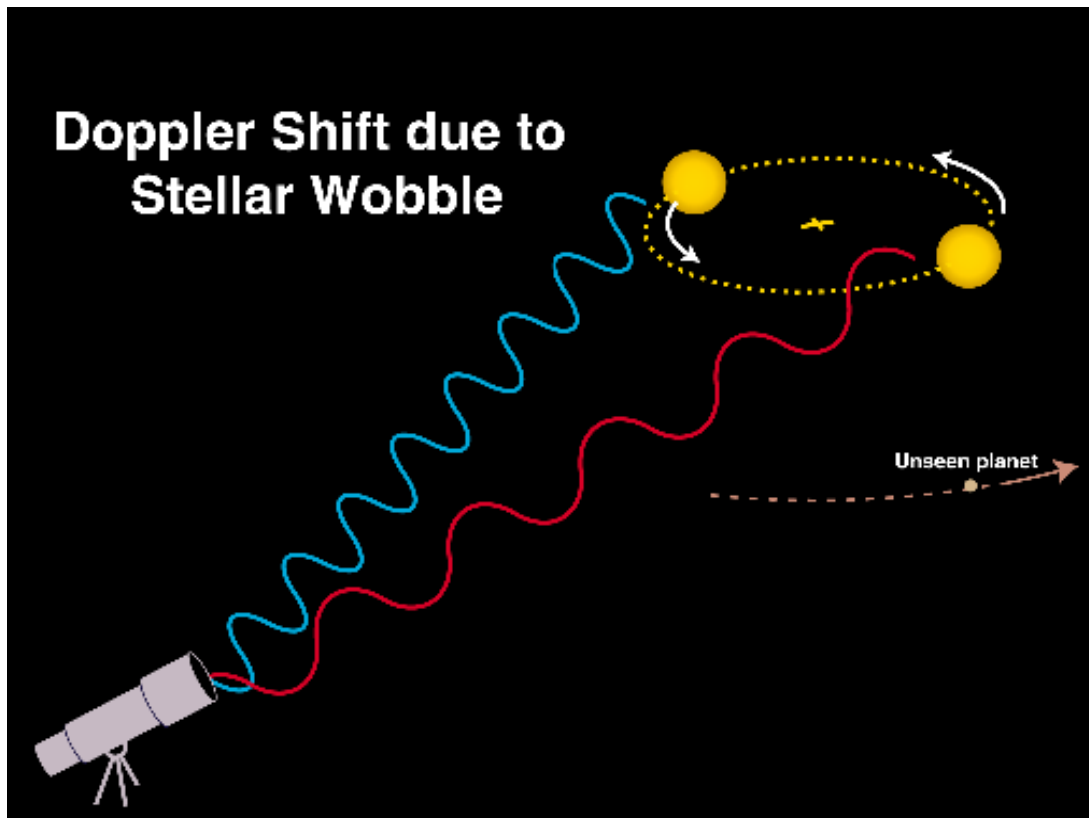
Tenemos 11 imágenes.fit, con las 11 fechas siguientes

Línea doble de sodio

Número del espectro	Fecha (días)
1	0
2	0.974505
3	1.969681
4	2.944838
5	3.970746
6	4.886585
7	5.924292
8	6.963536
9	7.978645
10	8.973648
11	9.997550

El intervalo entre dos fechas es aproximadamente de un día.

Cada objeto de un sistema binario se desplaza alrededor de su baricentro. Por lo tanto, las líneas del espectro se mueven según cada objeto se aleja o acerca respecto del observador (efecto Doppler).



2. ANIMACIÓN DE LAS LÍNEAS DEL ESPECTRO

UTILIZA images.fit

Nota: images.fit (fit=fits=fts) se usan para la animación

images.dat se usan para los espectros ópticos

He aquí el procedimiento para tener una visión global del desplazamiento Doppler cuando la estrella se desplaza alrededor del baricentro:

Abre SalsaJ (pulsar en el icono SalsaJ)

Pulsar en **archivo**, a continuación **abrir** en el menú

Entrar en la carpeta: **binary system**

Seleccionar las 11 imágenes de images.fit desde fic01.fit a fic11.fit: pulsar *mayúscula* para seleccionar las 11 images.fit a la vez

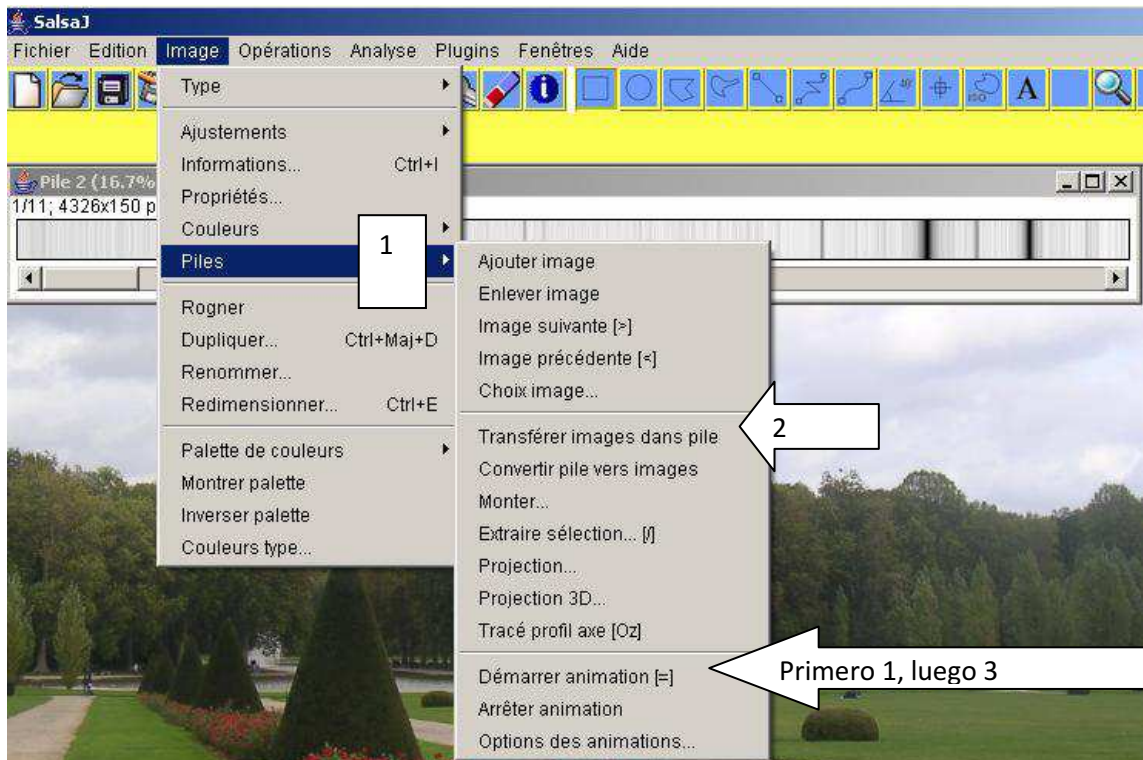
Open (abrir) estas 11 imágenes y a continuación

Pulsar en Imágenes: se desplegará un menú

Pulsar en Apilado: obtienes un nuevo menú

Pulsar en Transferir Imágenes a Apilados

Pulsar de Nuevo en Imágenes/Apilados/Comenzar animación



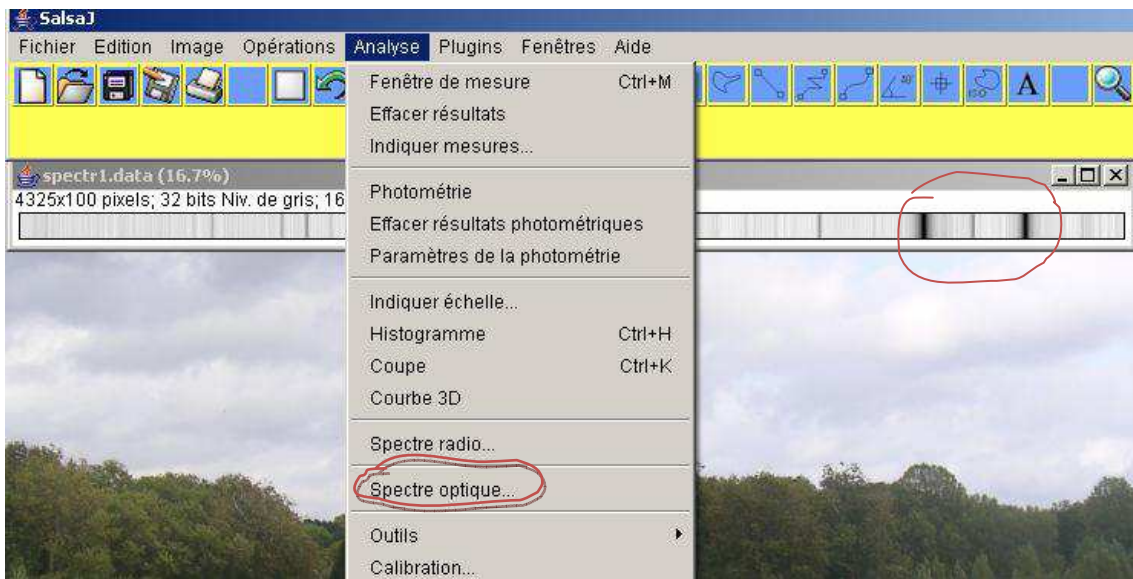
Comprueba el efecto Doppler durante la rotación de la estrella alrededor del baricentro del sistema binario, después cierra.

3. MEDIDA DE LA LONGITUD DE ONDA λ Y DEL FLUJO DEL ESPECTRO ÓPTICO

Utiliza images.dat

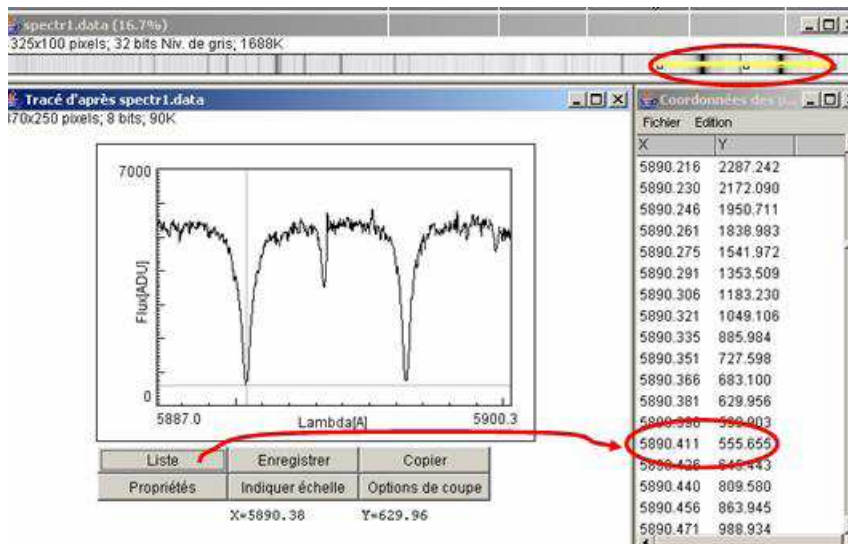
3.1 Investigación del espectro 1: spectr1.data

Pulsa en **Análisis/espectro óptico/sistema binario/spectr1.data**



3.2 Flujo frente a longitud de onda: $\phi=f(\lambda)$

Spect1.dat image/Pulsa en **seleccionar línea recta**, dibuja una línea recta desde el **doblete de Na** (para obtener una línea horizontal, presiona *mayúsculas* mientras la dibujas) / Pulsa en **Análisis/dibujar perfil**: obtendrás $\phi=f(\lambda)$



Observamos:

2 profundas líneas de absorción del sodio
 Una más pequeña (Ni) que no usaremos

Con el ratón (o equivalente) mide la absorción de sodio en las longitudes de onda del doblete ($1\text{Å}=10^{-10}\text{m}$).

Mira el valor en la curva o en la lista de:

$$\lambda_1 = 5890,411 \text{ Å} \qquad \lambda_2 = 5896,366 \text{ Å}$$

Compara estos valores con los de referencia (las líneas de sodio de nuestro laboratorio)

$$\lambda_{\text{NaD1}} = 5889,950 \text{ Å} \qquad \lambda_{\text{NaD2}} = 5895,924 \text{ Å}$$

La diferencia entre los valores de referencia y el medido por nosotros es el efecto Doppler.

3.3 Los once espectros: spectr i.data, i del 1 al 11

Repetir la misma operación que con spectr 1.data con el resto de los espectros.

LISTA DE RESULTADOS

Espectro	Fecha t (días)	$\lambda_1 - \lambda_{Na1}$ (Å)	$VE = c \cdot (\lambda_1 - \lambda_{Na1}) / \lambda_{Na1}$ (km/s)
Espectro	Fecha t (días)	λ_1 (Å)	λ_2 (Å)
1	0	0.461	23.48
1	0	5890,411	5896,366
2	0.974505	0.546	27.81
2	0.974505	5890,496	5896,511
Nota: Interpolando podemos mejorar la precisión.			
3	1.969681	0.541	27.56
3	1.969681	5890,491	5896,446
4	2.944836	0.355	18.08
4	2.944836	5890,365	5896,274
5	3.970746	0.064	3.26
5	3.970746	5890,014	5896,029
6	4.886585	0.135	-6.88
6	4.886585	5889,815	5895,800
7	5.924292	-0.308	-15.69
7	5.924292	5889,642	5895,597
$\Delta\lambda_i = \lambda_i - \lambda_{Na1}$; $i = 1$ o 2 , λ_{Na1} es la longitud de onda en el laboratorio y λ_i la longitud de onda del sodio medida en el espectro de la estrella que se desplaza.			
8	6.963536	0.186	9.97
8	6.963536	5889,638	5895,621
V_{rad} = velocidad de proyección de la estrella en la línea de visión; incluye la velocidad en el baricentro + movimiento de la estrella alrededor del baricentro del sistema.			
9	7.978645	0.106	5.40
9	7.978645	5889,764	5895,793
C = velocidad de la luz			
10	8.973648	0.106	5.40
10	8.973648	5890,056	5896,042
Usando Na D1 (λ_1):			
11	9.997550	0.368	18.74
11	9.997550	5890,318	5896,303

Se puede hacer lo mismo con Na D2; si operamos bien, se observarán algunas diferencias entre los resultados de las dos líneas; por ello, se puede mejorar la precisión usando ambas líneas y obteniendo la media.

Precisión: con una línea 4,2%
Con dos líneas 2%

El error de las medidas será menor cuantas más líneas se utilicen. Esto es útil para medir pequeñas velocidades, tales como las variaciones en la velocidad radial de las estrellas causada por exoplanetas.

5º paso: Velocidad radial de la estrella, como una función de fecha

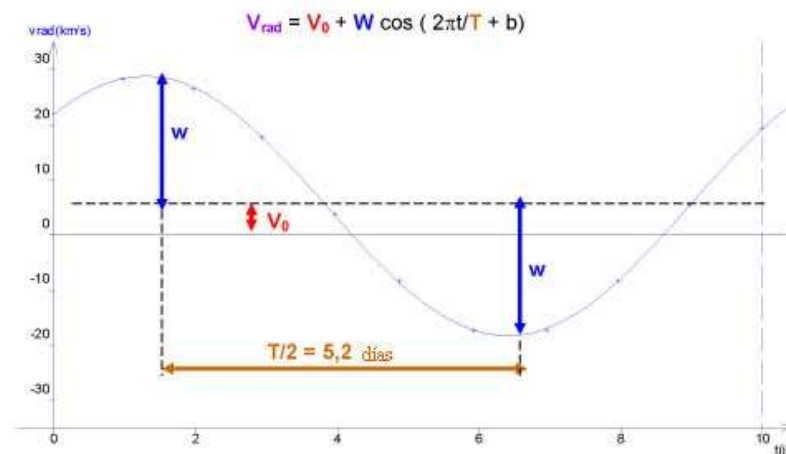
Con una hoja de cálculo, Regressi (existe una versión gratis en la web), Excel..., proponemos un modelo para $v=V_E=f(t)$. Representar la V_{rad} en la función de la fecha

Con Regressi por ejemplo, introduce variables t (día) y $v=V_E$ (km/s)

Probamos: $V_{observado} = V_{rad} = V_0 + W \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot t / T + b)$

OK

Pulsa entonces Adjust (ajustar), y anota que $T=10.34$ días.



Con nuestro modelo, obtenemos que:

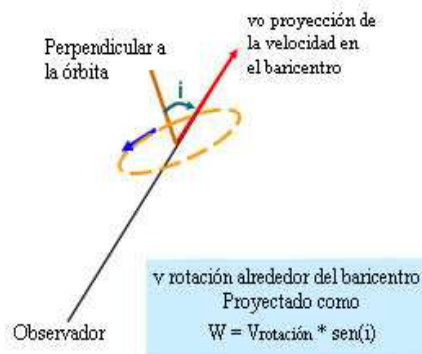
$V_0 = 5.9$ km/s

$W = 23.2$ km/s

Precisión: 4.4%

Debido a que la órbita puede estar inclinada con un ángulo "i" con respecto a la dirección de visión, W es el límite más bajo de la velocidad de rotación de la estrella: $V = W / \sin i$

Procederemos con $\sin(i)=i$



6º paso: Determinar la m de la compañera en el sistema binario

Masa de la Tierra, planeta telúrico:

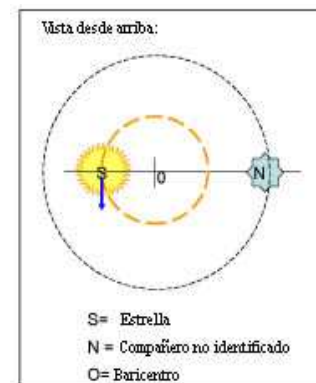
$$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Masa de Júpiter, planeta gigante:

$$M_J = 2 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

Masa del Sol:

$$M_{\text{Sol}} = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$



Suponemos órbitas circulares y aplicamos la ley de Kepler

T es el periodo

La masa visible de la estrella S es M La masa de la estrella compañera es m

Llamamos O al baricentro del sistema binario

Queremos calcular la masa m de la estrella compañera

- **Ley de Kepler :** $T^2/(SN)^3 = 4 p^2/[G (M_S + m_N)]$
- **Baricentro:** $SN = [(M_S + m_N)/m_N]OS$
- **Órbita circular :** $V_{\text{Star}} = 2 p OS/T = W / \sin(i)$

De ahí que :

$$2p G m_N^3 = v_{\text{star}}^3 T (m_N + M_S)^2$$

También se puede escribir: $r[(W.T/2\pi \text{sen } i)+ r]^2 = G M T^2 / 4\pi^2$

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ uSI}$; $\text{sen } i = 1$

$$W = 23.1 \text{ km/s} ; T = 10.34 \text{ días} \approx 9.0 \cdot 10^5 \text{ s}$$

$$M = 1.05 M_{\text{solar}} = 1,05 \cdot 2,0 \cdot 10^{30} = 2.1 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Cálculo con calculadora [$\text{sen}(i) = 1$, y órbita circular], obtenemos

$$M_N = 0.275 M_{\text{Estrella}} = 5,8 \cdot 10^{29} \text{ kg}$$

$$R = OE = 3,31 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$r = ON = 0.275 R = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

La compañera es una estrella enana que emite luz casi invisible



Nota al pie: Si tomamos $\text{Sen } i = T$, el valor R está infravalorado. Si el seno de i es menor, R aumenta, r decrece, por lo que m aumenta. Por tanto, $\text{sen } i = 1$ da un límite menor en m.

7º paso: Descubrir un exoplaneta con el desplazamiento doppler de una estrella

Datos:

- Masa de la Tierra, planeta telúrico: $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg
- Masa de Júpiter, planeta gigante: $M_J = 2 \cdot 10^{27}$ kg
- Masa del Sol : $M_{Sol} = 2,0 \cdot 10^{30}$ kg
- Masa de una planeta telúrico = $M_{Sol} / 10^6$
- Masa de una planeta gigante = $M_{Sol} / 1000$
- **Velocidad de un planeta telúrico = mm/s a dm/s**
- **Velocidad de un planeta gigante = m/s a 100 m/s**
- Periodos de rotación de la mayoría de los exoplanetas : 3 a 3000 días

Estimación:

$$2\pi G m_N^3 = v_{estrella}^3 T (m_N + M_S)^2$$

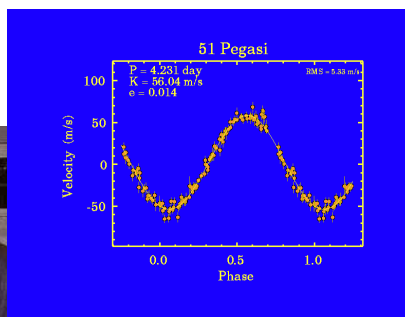
En un exoplaneta, incluso en uno gigante, la masa m es bastante menor que la de masa de una estrella M ; podemos entonces deducir:

$$m = K \cdot V \cdot T^{1/3} \cdot M^{2/3} \quad \text{con constante } K = (1/2\pi G)^{1/3}$$

El exponente más elevado de arriba es 1 (V^{-1}), y sólo 1/3 para V , 2/3 para M ; por ello, el factor principal es V .

Una velocidad 1000 veces menor induce una masa 1000 veces más pequeña, por lo que un periodo 1000 más corto, induce una masa m 10 veces menor.

Descubrimiento del primer exoplaneta (Mayor, Queloz et al., 1995)



Masa de la estrella $M = M_{sol} = 2,0 \cdot 10^{30}$ kg
Velocidad de rotación de 51 Pegaso Estrella : $V = 60$ m/s

Periodo de la estrella 51 Pegaso Estrella : $T = 4,2$ días.

El compañero llamado 51 Pegasi B orbita la estrella:

$$m_{compañero} = K \cdot V \cdot T^{1/3} \cdot M_{Estrella}^{2/3}$$

con $K = (1/2\pi G)^{1/3}$

Obtenemos: $m_{compañero} = 9,1 \cdot 10^{26}$ kg, o sea, $0,45 M_{Jupiter}$

Lo que contribuye a probar que 51-Pegasi B es un exoplaneta gigante

El método doppler para detectar exoplanetas necesitas miles de líneas del espectro de la estrella para alcanzar una precisión m/s: funciona con los exoplanetas gigantes.

Aún (2006) no podemos detectar un desplazamiento doppler debido a un exoplaneta telúrico: la velocidad radial es demasiado pequeña ¡¡¡