

Volumen

1

INTRODUCCIÓN A LA ASTRONOMÍA

---

Coordenadas Astronómicas, Distancias, Magnitudes

# Taller de Astronomía

Autora: Profa. Ana Inés Gómez de Castro

INTRODUCCIÓN A LA ASTRONOMÍA

# Taller de Astronomía

---

© Ana Inés Gómez de Castro  
Facultad de Ciencias Matemáticas  
Universidad Complutense de Madrid  
email: aig@mat.ucm.es

# Tabla de contenido

## CAPÍTULO 1

<b>Sistemas de Referencia</b>	<b>1</b>
Clasificación de SSRR Astronómicos	3
Los planos fundamentales	3
Sistema Horizontal	5
Sistema Ecuatorial Absoluto	6
Sistema Ecuatorial Horario	7
Sistema Eclíptico	7
<b>Cuadro Resumen</b>	<b>8</b>

## CAPÍTULO 2

<b>Distancias y Magnitudes</b>	<b>9</b>
Unidades de distancia	9
Magnitudes Astronómicas	10
Magnitudes Absolutas	13
<b>Cuadro Resumen</b>	<b>14</b>

## CAPÍTULO 3

<b>Presión de Radiación</b>	<b>15</b>
Definición	15
Misiones espaciales	15
<b>Cuadro Resumen</b>	<b>17</b>

## APÉNDICE 1

<b>Tabla de exoplanetas</b>	<b>18</b>
-----------------------------	-----------

---

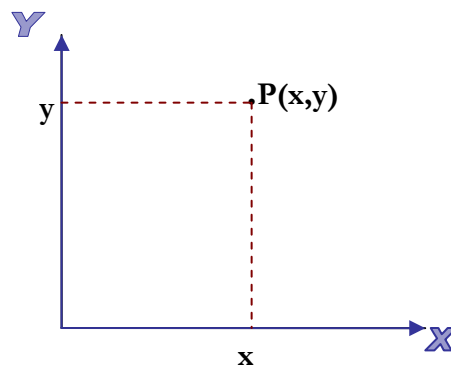


## Sistemas de Referencia

### *Sistemas de Referencia Cartesianos y Polares Esféricos*

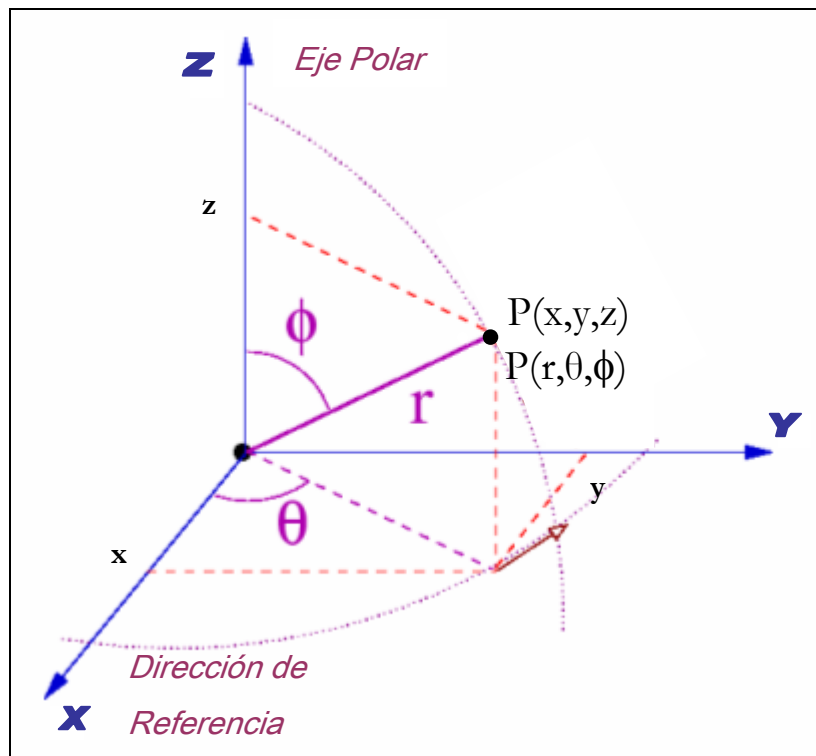
**P**ara localizar la posición de un punto o determinar las distancias entre puntos es necesario definir un Sistema de Referencia (SR). Los mapas y planos son los ejemplos más habituales de Sistemas de Referencia.

En el sistema educativo español el primer SR que se estudia es el Sistema cartesiano bidimensional (2D). Se definen dos ejes perpendiculares entre sí, XY, y una unidad de longitud. Las coordenadas de cualquier punto se obtienen proyectando la posición del punto sobre los ejes.



*El Sistema Cartesiano 2D es el más sencillo de introducir y se extiende de manera natural a 3D con los ejes XYZ. La definición de estas proyecciones es sencilla; además, cada una de las coordenadas da información sobre la **distancia** al eje correspondiente. Por este mismo motivo, este Sistema de Referencia no es el adecuado para definir la localización de objetos cuando sabemos en qué dirección se encuentran y no su distancia.*

Los sistemas de referencia (SSRR) polares son los más naturales para la definición de la localización de un punto del que no se conoce su distancia. Son sistemas naturales utilizados desde la infancia para señalar la dirección en la que se encuentra “algo”. El sistema más sencillo es el que, utilizando como referencia el suelo, marca la localización de un objeto por su “elevación” sobre el suelo y el ángulo que hace la dirección en la que se encuentra el objeto con cierta dirección privilegiada, puede ser la torre de la Iglesia o la esquina de la habitación. La abstracción a 3D de este sistema de referencia natural es el *Sistema Polar Esférico*. La posición de un punto viene dada por tres coordenadas: dos coordenadas angulares que indican la dirección y una coordenada que indica la distancia. Los SSRR geográficos (latitud y longitud geográfica) y astronómicos son sistemas Polares Esféricos. Las diferencias entre los diferentes SSRR astronómicos son marcadas por la orientación en el espacio del eje de referencia o eje polar y la localización del origen para la medida de los ángulos alrededor de este eje y el sentido en el que se miden.



La relación entre las coordenadas cartesianas y las polares esféricas se deriva de manera sencilla del dibujo:

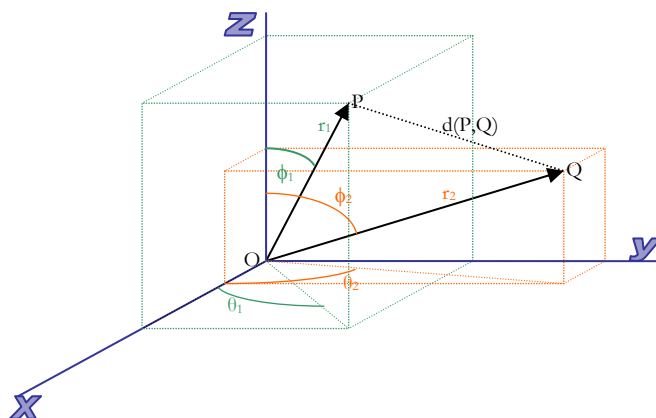
$$\begin{aligned}
 x &= r \operatorname{sen}\phi \cos\theta \\
 y &= r \operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\theta \\
 z &= r \cos\phi
 \end{aligned}$$

Dadas las coordenadas polares esféricas de dos puntos  $P(r_1, \theta_1, \phi_1)$  y  $Q(r_2, \theta_2, \phi_2)$  las distancias entre ellos se pueden calcular:

- Transformando sus coordenadas esféricas a cartesianas y utilizando la fórmula habitual:

$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- Utilizando la fórmula del coseno de trigonometría plana y aplicándosela al triángulo OPQ <sup>1</sup>



Los principales SdR astronómicos se clasifican:

- *atendiendo al plano fundamental* en: horizontales, ecuatoriales y eclípticos
- *atendiendo a la localización del centro* en: topocéntricos, geocéntricos, heliocéntricos y baricéntricos

## Los planos fundamentales

Los planos fundamentales se definen a continuación:

*Horizonte astronómico*: plano perpendicular a la dirección de la plomada<sup>2</sup> en el lugar en el que se encuentra el observador.

*Ecuador astronómico*: plano perpendicular al eje de rotación de la Tierra.

*Eclíptica*: plano que contiene la órbita de la Tierra alrededor del Sol.

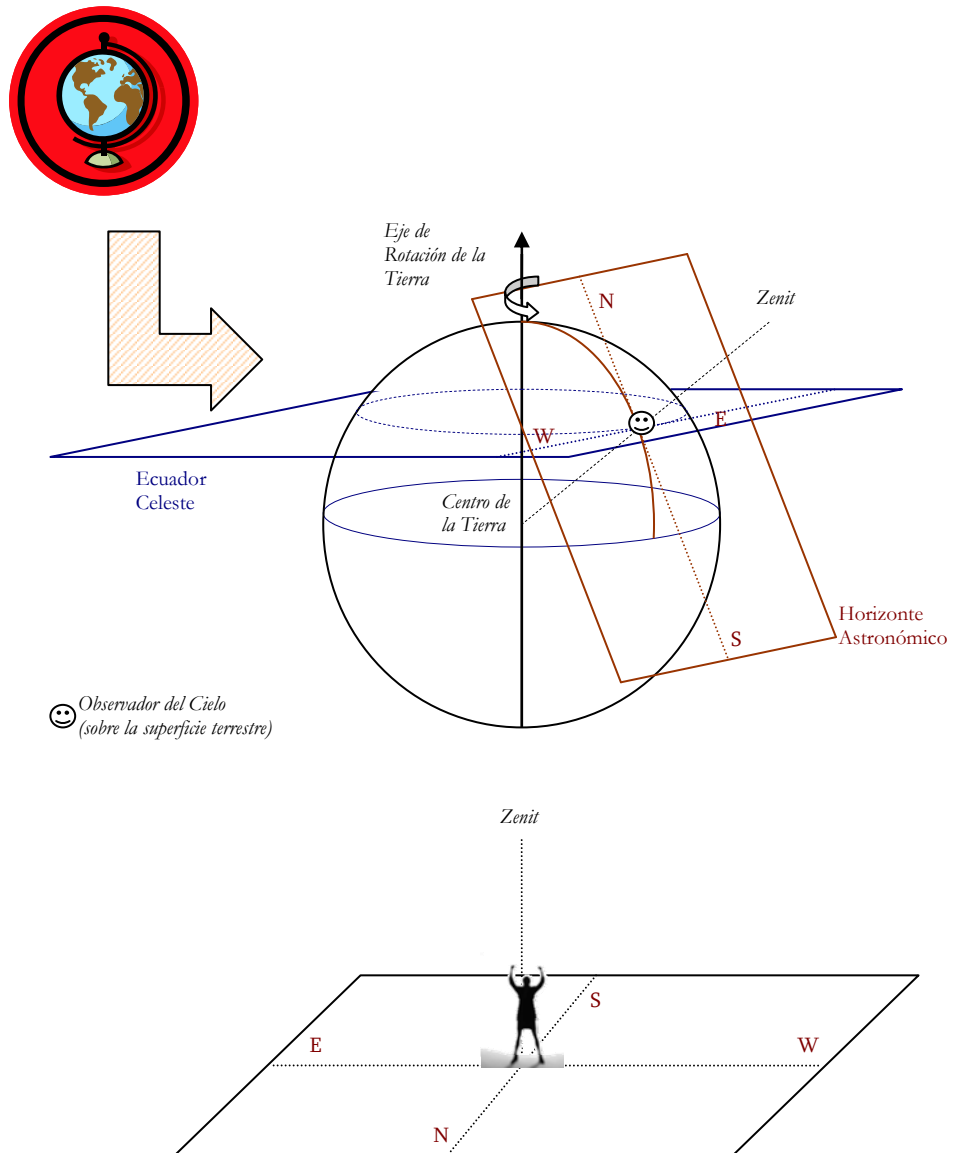
El *Horizonte astronómico* depende de la localización del observador sobre la superficie terrestre puesto que corresponde aproximadamente con el plano tangente a la superficie del elipsoide terrestre en el punto en el que se encuentra el observador. Los cuatro puntos cardinales (Norte-Sur-Este-Oeste) vienen definidos por la proyección sobre el *Horizonte* del paralelo y el meridiano correspondientes en el

---

<sup>1</sup> Nótese que la aplicación de esta fórmula requiere calcular el ángulo entre  $\mathbf{r}_1$  y  $\mathbf{r}_2$ , lo cual no es trivial a partir de las coordenadas esféricas

<sup>2</sup> La plomada marca la dirección del campo gravitacional de la Tierra, indica la trayectoria de un cuerpo en caída libre.

punto de la Tierra sobre el que se encuentra el observador del cielo tal y como aparece representado en la figura:

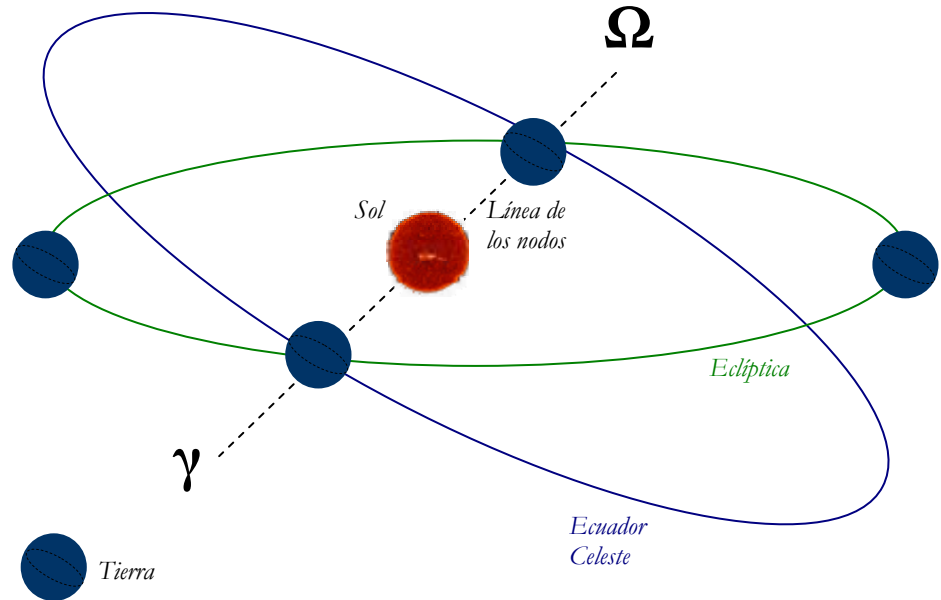


Los SSRR que utilicen el horizonte astronómico o la posición del cenit para definir el plano de referencia están ligados a la posición del observador sobre la Tierra y, por tanto, rotan con ella. Los movimientos de las estrellas no son apreciables a simple vista. El movimiento aparente del Sol durante el día y de las estrellas durante la noche (movimiento de este a oeste) es sólo un reflejo de que nosotros, como observadores del cielo, estamos ligados a la superficie, en rotación, de la Tierra.

Es necesario definir un sistema de referencia *fijo* para poder dar las coordenadas de las estrellas. Para definir este sistema se introduce otro plano más, la eclíptica; la intersección entre la eclíptica y el ecuador celeste define una recta, que se utiliza como dirección *fija* de referencia. Esta recta se denomina *línea de los nodos* y sus extremos apuntan a dos



direcciones bien conocidas en el espacio situadas en las constelaciones de Aries ( $\gamma$ ) y Libra ( $\Omega$ )<sup>3</sup> y que marcan los equinoccios.



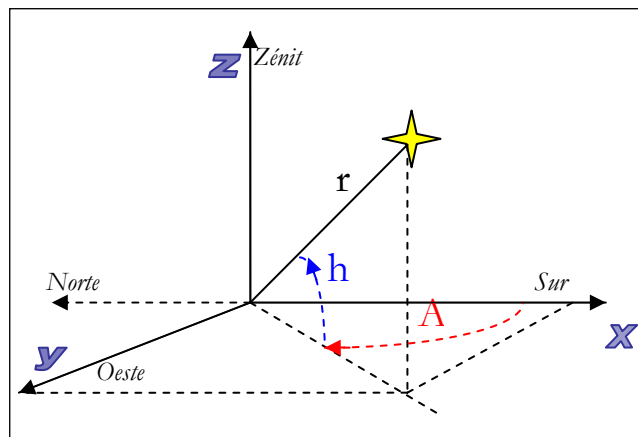
## Sistema de referencia horizontal

El plano XY coincide con el horizonte astronómico del lugar en el que se encuentra el observador y el eje polar (eje Z) apunta al Zenit. Sobre el plano XY los ángulos se cuentan de Sur a Oeste. Las coordenadas astronómicas horizontales de un astro vienen dadas por dos ángulos: Azimut (A) y Altura (h). La relación entre las coordenadas cartesianas y las coordenadas horizontales viene dada por las expresiones:

---

<sup>3</sup> Realmente ni el ecuador ni la eclíptica son fijos. El eje de rotación de la Tierra cambia su dirección en el espacio debido a la estructura interna de la Tierra y a la interacción gravitacional con el Sol, la Luna y otros cuerpos del Sistema Solar. La órbita de la Tierra también es ligeramente variable por la acción de los otros cuerpos del Sistema Solar. Este problema se resuelve fijando la fecha o *época* a la que corresponden la eclíptica y el ecuador utilizados.

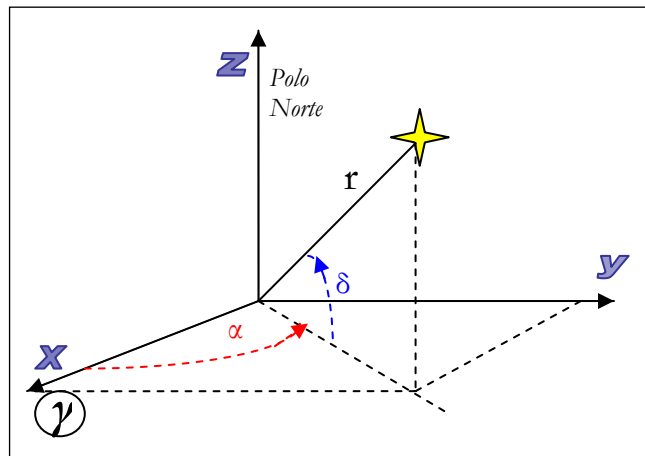
---



$$\begin{aligned}
 x &= r \cosh \cos A \\
 y &= r \cosh \sen A \\
 z &= r \sen h
 \end{aligned}$$

## Sistema de referencia ecuatorial absoluto

El plano XY coincide con el ecuador celeste (el plano paralelo al ecuador de la Tierra que pasa por el punto en el que se encuentra el observador del cielo) y el eje polar (eje Z) apunta al Polo Norte celeste. Sobre el plano XY los ángulos se cuentan desde el punto  $\gamma$ , y en el sentido del giro de la Tierra (hacia el Este). Las coordenadas astronómicas ecuatoriales absolutas de un astro vienen dadas por dos ángulos: Ascensión Recta ( $\alpha$ ) y Declinación ( $\delta$ ). La relación entre las coordenadas cartesianas y las coordenadas ecuatoriales viene dada por las expresiones:



$$\begin{aligned}
 x &= r \cos \delta \cos \alpha \\
 y &= r \cos \delta \sen \alpha \\
 z &= r \sen \delta
 \end{aligned}$$

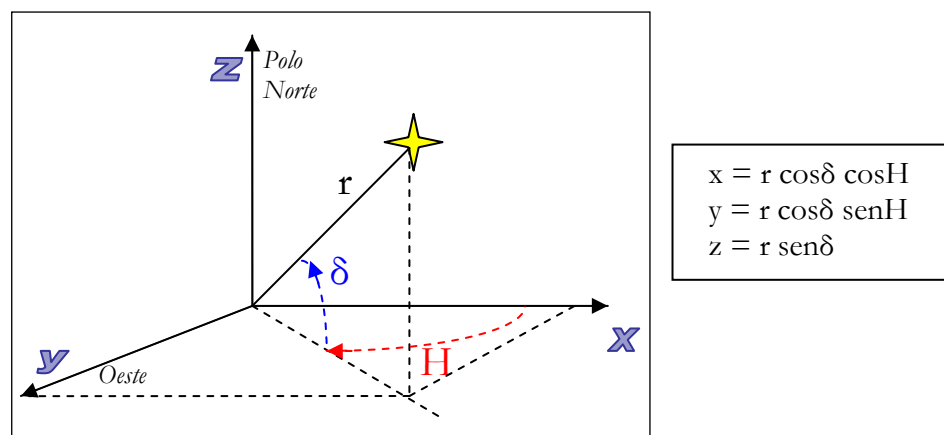
El sistema ecuatorial absoluto es el que se utiliza, por defecto, para dar las coordenadas de los astros. Todos los astros están identificados unívocamente por un par  $(\alpha, \delta)$  y una época<sup>4</sup> que fija la posición del equinoccio (ver, por ejemplo, el catálogo de Sistemas Planetarios en el apéndice de este Manual).

<sup>4</sup> La época está definida por su fecha juliana. Épocas estándar fueron 1950.0 y 2000.0; los decimales indicarían la fracción de año transcurrido desde el comienzo de los años de referencia 1950 o 2000.

## Sistema de referencia ecuatorial horario

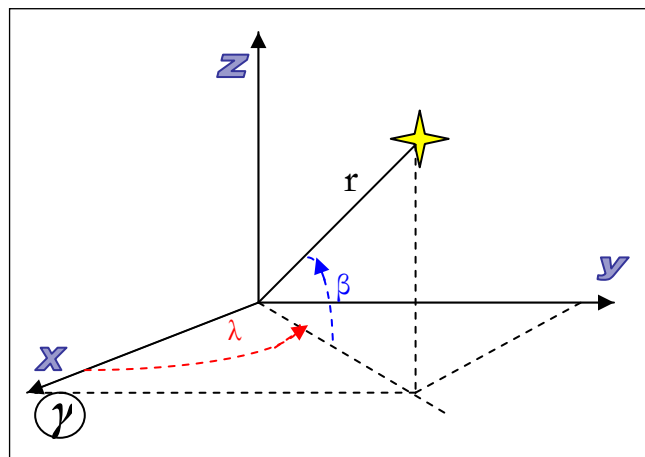
El sistema horizontal es el de referencia más sencilla para un observador situado en la Tierra (es decir, en rotación) sin embargo, el sistema ecuatorial absoluto es el más adecuado para dar las coordenadas de los astros; entre ambos, se define un sistema que está ligado al observador pero cuyo plano fundamental es el ecuador, este sistema se denomina *Ecuatorial Horario*.

El plano XY coincide con el ecuador celeste y el eje polar (eje Z) apunta al Polo Norte celeste. El eje Y pasa por el punto cardinal Oeste y el eje X se sitúa a 90°, tal y como se indica en la figura, sobre el ecuador celeste. Sobre el plano XY los ángulos se cuentan desde el eje X en sentido contrario al giro de la Tierra (es decir, siguiendo el movimiento aparente de los astros de Este a Oeste). Las coordenadas astronómicas ecuatoriales absolutas de un astro vienen dadas por dos ángulos: Ángulo Horario (H) y Declinación ( $\delta$ ). La relación entre las coordenadas cartesianas y las coordenadas ecuatoriales horarias viene dada por las expresiones:



## Sistema de referencia eclíptico

El plano XY coincide con la eclíptica: el plano que contiene la órbita de la Tierra en torno al Sol. El eje polar (eje Z) apunta al Polo Norte de la eclíptica. Sobre el plano XY los ángulos se cuentan desde el punto  $\gamma$ , y en el sentido del giro de la Tierra (hacia el Este) que coincide con el sentido del movimiento orbital de la Tierra alrededor del Sol. Las coordenadas astronómicas eclípticas de un astro vienen dadas por dos ángulos: Longitud Eclíptica ( $\lambda$ ) y Latitud Eclíptica ( $\beta$ ). La relación entre las coordenadas cartesianas y las coordenadas eclípticas viene dada por las expresiones:



$$\begin{aligned} x &= r \cos\beta \cos\lambda \\ y &= r \cos\beta \sin\lambda \\ z &= r \sin\beta \end{aligned}$$

Este SdR es útil para seguir el movimiento aparente del Sol (debido al movimiento orbital de la Tierra) y el movimiento de los planetas y los asteroides cuyas órbitas en torno al Sol están en planos muy cercanos a la eclíptica.

## CUADRO RESUMEN DEL CAPÍTULO

*Las coordenadas astronómicas son coordenadas polares esféricas en las que el objeto se identifica con dos ángulos (por su posición en la bóveda celeste) porque su distancia es frecuentemente desconocida.*

*Se utilizan 4 sistemas fundamentales:*

Nombre	Plano Fundamental	Ligado a la Rotación Terrestre	Coordenadas
Horizontal	Horizonte	Si	Altura ( $h$ ) Azimut ( $A$ )
Ecuatorial Absoluto	Ecuador Celeste	No	Declinación ( $\delta$ ) Ascensión Recta ( $\alpha$ )
Ecuatorial Horario	Ecuador Celeste	Si	Declinación ( $\delta$ ) Angulo Horario ( $H$ )
Eclíptico	Eclíptica	No	Longitud Ecl. ( $\lambda$ ) Latitud Ecl. ( $\beta$ )

*Las distancias entre los astros se calculan de manera sencilla transformando estas coordenadas en cartesianas y utilizando la fórmula habitual:*

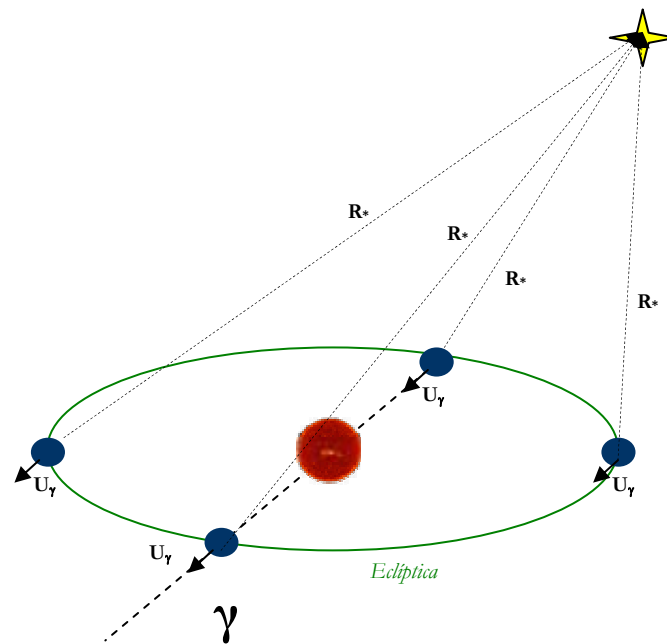
$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

## Distancias y Magnitudes

La unidad básica de distancia en astronomía es la *Unidad Astronómica* (UA) o semieje mayor de la órbita de la Tierra.: una elipse de excentricidad 0.0167. Esta distancia corresponde de a:

$$1 \text{ UA} = 1.49 \cdot 10^{13} \text{ cm}$$

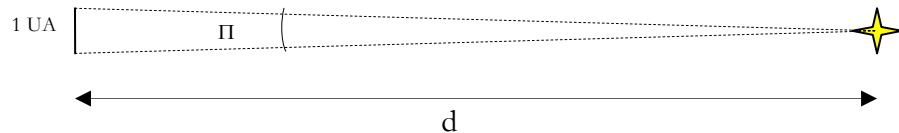
La base de la medida de las distancias de los astros es el efecto de paralaje<sup>5</sup> tal y como se indica en la figura,



Si tomamos como dirección de referencia, la dirección de  $\gamma$  (marcada por el vector unitario  $\mathbf{U}_\gamma$ ), observamos como la proyección del radiovector del astro varía dependiendo de la posición orbital de la Tierra.. Esta variación depende de la distancia a la que se encuentra el astro; es muy grande para objetos muy cercanos como el dibujado en la figura y muy pequeño para objetos alejados. El límite para la determinación de las distancias a los astros utilizando este método es la resolución y la precisión de las medidas de los ángulos (las coordenadas astronómicas). Durante muchos años, este límite ha sido del orden del 1'' (o  $0.0002777$  o  $4.84814 \cdot 10^{-6}$  rad).

<sup>5</sup> Este método es análogo al que utiliza nuestro cerebro para inferir las distancias de los objetos con observaciones simultáneas de los objetos con dos detectores separado ligeramente entre sí: los ojos

Este hecho llevó a definir una nueva unidad de distancia denominada *Parsec* (pc) que es la distancia a la que “la paralaje” es 1”. Gráficamente, la paralaje de un astro,  $\Pi$ , es,



Como las distancias a las estrellas son muy superiores a la distancia al Sol (1 UA), el segmento dibujado en la figura es prácticamente igual al arco subtendido por el ángulo  $\Pi$  sobre la circunferencia de radio  $d$ ,

$$1 \text{ UA} = \Pi d$$

si expresamos  $\Pi$  en segundos de arco y sustituimos la unidad astronómica por su valor se obtiene,

$$d = 3.07 \cdot 10^{18} \text{ cm} / \Pi (")$$

Por tanto, para una paralaje  $\Pi (") = 1"$ , la distancia,  $d$ , a la que se encuentra el astro sería  $3.07 \cdot 10^{18} \text{ cm}$ . Esta distancia se denomina parsec (pc), de manera que,

$$1 \text{ pc} = 3.07 \cdot 10^{18} \text{ cm} = 2.06 \cdot 10^5 \text{ UA}$$

Habitualmente la distancia de un astro se expresa o bien dando su paralaje o bien dando su distancia directamente en parsecs. La unidad, año-luz, no es muy utilizada. La relación entre años-luz y parsec es:

$$1 \text{ año-luz} = c \cdot (1 \text{ año}) = (3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}) (365.25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}) = 9.3 \cdot 10^{17} \text{ cm} = 0.30 \text{ pc}$$

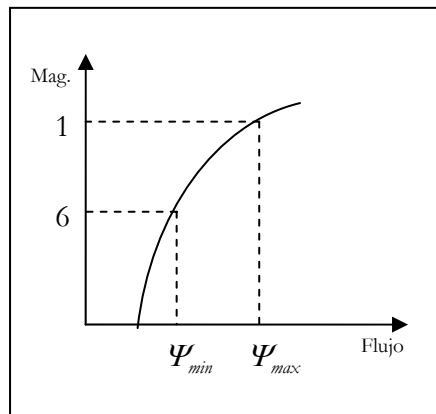
Las estrellas que se observan a simple vista en el cielo están a distancias entre 1 pc y 2,000 pc (por ejemplo, Deneb, la estrella  $\alpha$  de la constelación del Cisne está a unos 2,000 pc de la Tierra).

## Magnitudes Astronómicas

El 99.9% de la información de los astros la obtenemos a partir de la energía que radian. Los astros emiten radiación electromagnética y esta radiación acarrea información sobre la estructura del astro, la abundancia de las diferentes especies atómicas, su velocidad etc.... El principal observable es la distribución energética del astro, es decir, el flujo de energía que llega a la Tierra en función de la longitud de la onda que lo acarrea. El flujo de energía es la cantidad de energía recibida por unidad de tiempo y superficie (normal a la dirección de propagación).

Todos estos conceptos (flujo radiativo, ondas electromagnéticas, longitud de onda) son muy posteriores al comienzo de la astronomía. En sus inicios, el flujo de las estrellas se medía en magnitudes astronómicas<sup>6</sup>; el nombre deriva de la clasificación que realizó Hiparco de las estrellas, de acuerdo con su brillo, en “estrellas de primera, segunda, tercera, cuarta, quinta y sexta magnitud” a partir de su observación directa del cielo nocturno, siendo las estrellas de primera magnitud las más brillantes y las estrellas de sexta magnitud las más débiles que se pueden contemplar a simple vista (por ejemplo, las dos estrellas más débiles de las Pléyades).

Por tanto, para determinar la relación entre las magnitudes astronómicas ( $m$ ) y los flujos ( $\Psi$ ) hay que tener en cuenta la respuesta del ojo humano a la radiación. El ojo humano tiene una respuesta logarítmica con un umbral inferior, por debajo del cual no detecta radiación, y un umbral superior por encima del cual se satura (“se deslumbra”). La relación en flujos entre ambos umbrales es de un factor 100 ( $F_{max}/F_{min} = 100$ ).



Por tanto,

$$[1] m = k \log(\Psi) + C$$

$$[2] 1 = k \log(\Psi_{max}), \quad 6 = k \log(\Psi_{min})$$

en consecuencia,  $k = -2.5$ , y

$$m = -2.5 \log(\Psi) + C, \text{ o bien,}$$

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log(\Psi_1 / \Psi_2)$$

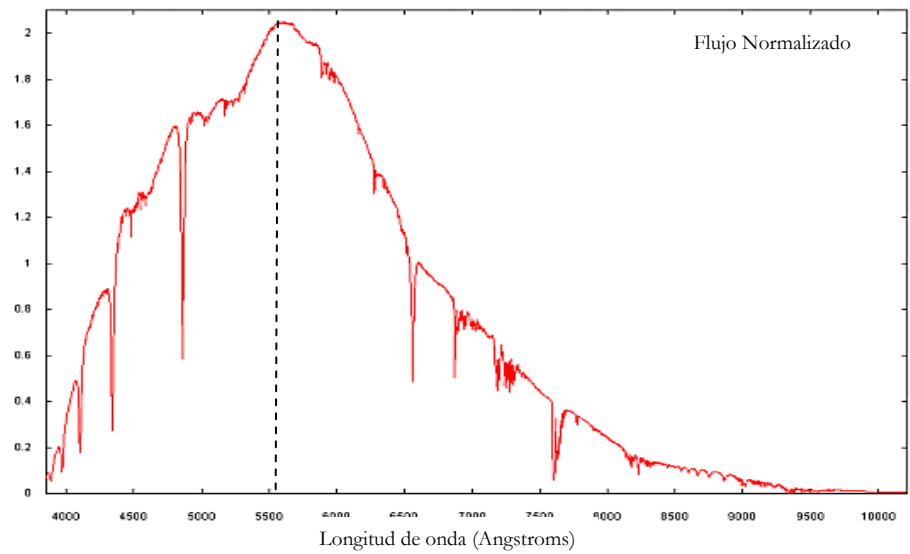
El valor de la constante “ $C$ ” se fija con el flujo de la estrella Vega<sup>7</sup> ( $\alpha$  Lyrae), de manera que,

$$m(\alpha \text{ Lyrae}) = 0, \text{ o bien, } C = 2.5 \log(\Psi(\alpha \text{ Lyrae}))$$

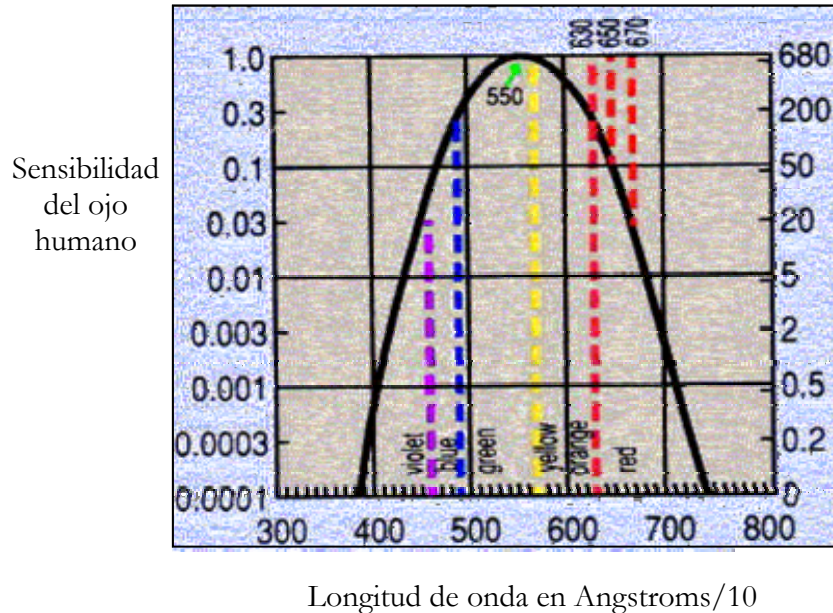
La distribución energética de  $\alpha$  Lyrae en función de la longitud de onda de la radiación se representa en la figura.

<sup>6</sup> El uso del término “magnitud astronómica” puede llevar a confusión puesto que no representa a una magnitud física genérica sino a una magnitud muy específica: flujo de energía.

<sup>7</sup> El flujo de Vega es  $3.44 \cdot 10^{-9} \text{ erg/s/cm}^2/\text{\AA}$  a  $5556 \text{ \AA}$ , en el máximo ( $1 \text{ \AA}$  o Angstrom =  $10^{-8} \text{ cm}$ ).



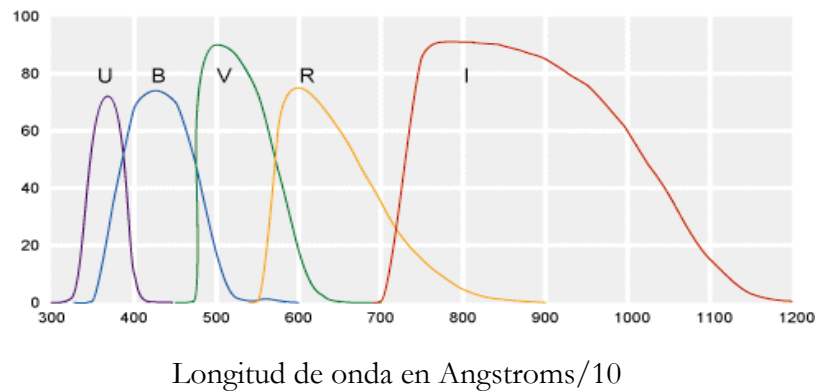
Para determinar el valor de la constante  $C$  se tiene que integrar el producto de la distribución de energía de Vega con la respuesta del ojo humano. El ojo humano detecta (y el cerebro interpreta) la radiación entre dos longitudes de onda: de  $3500\text{\AA}$  a  $7500\text{\AA}$ . El cerebro codifica la radiación recibida a  $3500\text{\AA}$  como color violeta, y la recibida a  $7500\text{\AA}$  como color rojo; entre medias se extienden todos los colores del “arco iris”. La respuesta del ojo es:



Además de estas magnitudes, que se denominan visuales, en astronomía se definen otros sistemas de magnitudes para determinar el color de los astros. El más extendido es el Sistema Johnson en el que se definen una serie de filtros que seleccionan regiones de longitudes de onda. El Sistema Johnson utiliza 5 filtros U, B, V, R e I que se representan en la figura,



Porcentaje del flujo incidente que es transmitido por el filtro, en función de la longitud de onda de la radiación



Observando el cielo a través de estos filtros se obtiene el flujo de los astros en el rango de longitudes de onda que cubre cada filtro; con estas medidas se calculan las magnitudes correspondientes (U,B,V,R,I) del astro correspondiente. En la mayoría de los catálogos estelares, las magnitudes que se proporcionan de los astros son las magnitudes V, que también se denomina “visibles” porque este filtro es el que más se adecúa al pico de respuesta del ojo humano (comparar con la figura anterior).

### Magnitudes absolutas

Las magnitudes absolutas se incluyen para tener en cuenta el efecto de la distancia. Un objeto muy brillante pero muy alejado es aparentemente más débil en el cielo nocturno que un objeto cercano y débil. Por contraposición a las *magnitudes aparentes* ( $m$ ) se definen las *magnitudes absolutas* ( $M$ ) o magnitudes de los astros si estuvieran todos a la misma distancia del Sol: 10 pc. La relación entre magnitudes aparentes y absolutas viene dada por la expresión:

$$m - M = 5 \log(d) - 5$$

donde  $d$  es la distancia al astro expresada en pc. Al segundo miembro de esta ecuación se le denomina “*módulo de distancia*”.

## CUADRO RESUMEN DEL CAPÍTULO

Las unidades básicas de distancia en astronomía son:  
la unidad astronómica (UA) =  $1.49 \cdot 10^{13}$  cm  
el parsec (pc) =  $3.07 \cdot 10^{18}$  cm

La distancia a un astro (en pc) es igual a la inversa de su paralaje expresada en segundos de arco.

Las magnitudes astronómicas miden el flujo de energía recibido de los astros. Esta escala logarítmica se introduce porque las primeras clasificaciones de los astros se realizaron utilizando el ojo humano como detector.

La estrella primaria para la calibración de los sistemas de magnitudes es Vega

La relación entre las magnitudes aparentes de dos astros viene dada por:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log (\Psi_1 / \Psi_2)$$

donde  $m_1$ ,  $m_2$  son las magnitudes aparentes de los astros y  $\Psi_1$  y  $\Psi_2$  los flujos de radiación recibidos en la Tierra procedentes de ellos.

Hay diferentes escalas de magnitudes aparentes: la magnitud visual, las magnitudes del Sistema Johnson etc...

Se define la magnitud absoluta (M) de un astro como la magnitud aparente (m) que tendría si se encontrara a una distancia de 10 pc.

$$m - M = 5 \log(d) - 5$$

donde  $d$  es la distancia al astro en pc.

## Presión de radiación

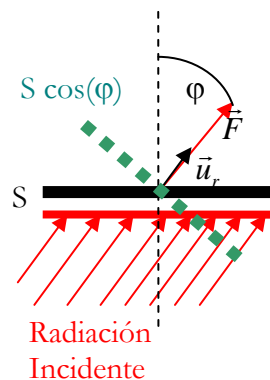
Las estrellas son fuentes de radiación. La radiación está constituida por corpúsculos denominados fotones que al chocar contra un cuerpo le proporciona un impulso en el sentido de su trayectoria; de igual manera que una pelota empuja el objeto con el que choca en el sentido de su trayectoria, los fotones impulsan la materia con la colisionan.

La presión que ejerce la radiación sobre la superficie que ilumina depende del flujo de radiación incidente,  $\Psi$ ,

$$P_{rad} = \frac{\Psi}{c}$$

y la fuerza neta ejercida,  $\mathbf{F}$ , por la radiación sobre una superficie plana dada,  $\mathbf{S}$ , será:

$$\vec{F} = P_{rad} S \cos \varphi \cdot \vec{u}_r$$



donde:

$\varphi$ : representa el ángulo entre la normal a la superficie y la dirección de incidencia de la radiación

$S \cos(\varphi)$ : la superficie efectiva frente a la radiación.

$\vec{u}_r$ : es un vector unitario en el sentido de incidencia de la radiación

## Parametrización para las misiones espaciales

Las misiones espaciales portan paneles solares de gran superficie que son especialmente sensibles al efecto de la presión de radiación. En estos casos, la presión de radiación se suele parametrizar en función del flujo de radiación solar a la altura de la órbita de la Tierra. El flujo de radiación disminuye con el cuadrado de la distancia a la fuente<sup>8</sup>, es decir, el flujo solar a una distancia ( $r$ ) del Sol viene dado por la expresión:

<sup>8</sup> El flujo es la radiación que atraviesa la unidad de superficie en la unidad de tiempo. Puesto que la energía total radiada por una estrella al espacio se conserva (en ausencia de fuentes o sumideros de

$$\Psi(r) = \frac{\Gamma_0}{r^2} = \Psi_{\oplus} \frac{r_{\oplus}^2}{r^2}$$

donde,  $\Gamma_0 = \Psi_{\oplus} r_{\oplus}^2$ , representa la energía total acarreada por la radiación solar (es decir, emitida por el Sol) por unidad tiempo, medida a partir del flujo de radiación solar detectado en la órbita de la Tierra,  $\Psi_{\oplus}$ , (por estereoradián o, lo que es lo mismo, dividido por  $4\pi$ ).

En este caso, la fuerza ejercida por la presión del Sol por unidad de masa,  $\vec{F}_{\oplus}$ , se puede expresar como:

$$\vec{F}_{\oplus} = \frac{\Re \cdot S \cdot \cos(\varphi)}{m} P_{\oplus} \left( \frac{r_{\oplus}}{r} \right)^2$$

donde:

- $\Re$  es una constante entre 0 y 1 que indica la eficiencia del material de las velas en captar la radiación solar.  $\Re = 1$ , indica que todo el flujo de radiación es aprovechado para impulsar el velero.
- $S \cos(\varphi)$  es la superficie del satélite proyectada en la dirección de incidencia
- $m$  es la masa del satélite
- $P_{\oplus}$  es la presión solar en la órbita de la Tierra
- $r_{\oplus}$  es la distancia Tierra-Sol
- $r$  es la distancia entre el satélite y el Sol.

El término  $\left( \frac{r_{\oplus}}{r} \right)^2$  representa la dilución geométrica de la presión de radiación solar.

Por tanto, para una superficie de un material dado y un satélite de masa definida, la fuerza ejercida por la presión de la radiación es constante, salvo que se cambie de manera significativa la orientación de la superficie y, por tanto,  $\vec{F}_{P_{\oplus}}$ , se puede representar como:

$$\vec{F}_{\oplus} = \frac{\kappa}{r^2} S \cdot \cos(\varphi)$$

---

radiación intermedios), el producto  $4\pi d^2 \Psi(d)$  es una constante: “La integración de todo el flujo radiado por una estrella es una constante”. P.e.: el flujo de radiación que llega del Sol a la órbita de Mercurio es mucho mayor que la que llega a la órbita de la Tierra, porque la Tierra está más lejos, sin embargo, si se trazara una esfera imaginaria centrada en el Sol con radio el de la órbita de Mercurio y multiplicara el flujo de radiación en la órbita de Mercurio por la superficie de esta esfera, se obtendría la energía total radiada por el Sol por unidad de tiempo; el valor obtenido sería el mismo si repitiera el cálculo con los valores de la órbita de Tierra porque entre la Tierra y Mercurio no hay una gran nube que absorba la radiación del Sol.

---

$$\text{con, } \kappa = \frac{R \cdot r_{\oplus}^2}{m} P_{\oplus}$$

Para una nave de 500kg,

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{\oplus} = 5 \cdot 10^{-6} \frac{N}{m^2} = 5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{dinas}}{cm^2} \\ R = 1 \\ r_{\oplus} = 1,49 \cdot 10^{13} \text{ cm} \\ m = 500 \text{ Kg} = 5 \cdot 10^5 \text{ gr} \end{array} \right. \longrightarrow \kappa = 0.224 \cdot 10^{17} \frac{\text{dinas}}{g}$$

Luego la fuerza debida a la presión de radiación vendrá dada por la expresión:

$$\vec{F}_{\oplus} = \frac{0.224 \cdot 10^{17} \cdot S \cdot \cos(\varphi)}{r^2}$$

---

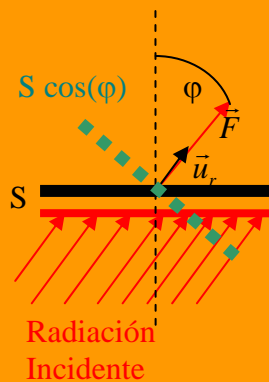
## CUADRO RESUMEN DEL CAPÍTULO

1. La presión de radiación,  $\mathbf{P}$ , viene dada por la expresión:

$$P = \frac{\Psi}{c}$$

dónde  $\Psi$  representa el flujo de radiación y  $c$  la velocidad de la luz.

2. Para las misiones especiales la fuerza ejercida por la radiación solar sobre una superficie,  $S$ , cuya normal hace un ángulo  $\varphi$  con la dirección de incidencia de la radiación, se parametriza utilizando el valor de la presión de la radiación solar en la órbita terrestre y aplicando un factor de dilución geométrica:



$$\vec{F}_{\odot} = \frac{\kappa}{r^2} S \cdot \cos(\varphi)$$

$$\text{con, } \kappa = \frac{\mathfrak{R} \cdot r_{\oplus}^2}{m} P_{\oplus}$$

- $\mathfrak{R}$  es una constante que depende de las propiedades de reflexión de la superficie
- $S$  es la superficie del satélite
- $m$  es la masa del satélite
- $P_{\oplus}$  es la presión solar en la órbita de la Tierra
- $r_{\oplus}$  es la distancia Tierra-Sol
- $r$  es la distancia entre el satélite y el Sol

## Tabla de exoplanetas:

NOMBRE	DISTANCIA (pc)	$\alpha(2000.0)$ (hh mm ss.s)	$\delta(2000.0)$ (° ' ")
HD 73256	36.52	08 36 23.0	-30 02 15.5
GJ 436	10.23	11 42 11.1	26 42 23.7
55 Cnc	12.53	08 52 37.8	28 19 50.9
HD 63454	35.8	07 39 21.9	-78 16 44.3
HD 83443	43.54	09 37 11.8	-43 16 19.9
HD 46375	33.41	06 33 12.6	05 27 46.5
TrES-1	157.76	19 04 09.8	36 37 57.5
HD 179949	27.05	19 15 33.2	-24 10 45.7
HD 187123	47.91	19 46 58.1	34 25 10.3
Tau Boo(HD 120136)	15.6	13 47 15.7	17 27 24.9
HD 330075	50.20	15 49 37.6	-49 57 48.7
HD 88133	74.46	10 10 07.7	18 11 12.7
HD 2638	53.71	00 29 59.9	-05 45 50.4
BD-10 3166	?	10 58 28.8	-10 46 13.4
HD 75289	28.94	08 47 40.4	-41 44 12.5
HD 209458	47.1	22 03 10.8	18 53 04.0
HD 76700	59.7	08 53 55.5	-66 48 03.6
51 Peg(HD 217014)	15.36	22 57 28.0	20 46 07.8
Ups And(HD 9826)	13.47	01 36 47.8	41 24 38.2
HD 49674	40.73	06 51 30.5	40 52 03.9
HD 68988	58.82	08 18 22.2	61 27 38.6
HD 168746	43.12	18 21 49.8	-11 55 21.7
HD 217107	19.72	22 58 15.5	-02 23 43.9
HD 162020	31.26	17 50 38.4	-40 19 06.1
HD 160691	15.28	17 44 08.7	-51 50 02.6
HD 130322	29.76	14 47 32.7	-00 16 53.3
HD 108147	38.57	12 25 46.3	-64 01 19.5
HD 38529	42.43	05 46 34.9	01 10 05.5
GI 86(HD 13445)	10.91	02 10 25.9	-50 49 25.4
HD 99492	17.99	11 26 46.3	03 00 22.8
HD 27894	42.37	04 20 47.0	-59 24 39.0
HD 195019	37.36	20 28 18.6	18 46 10.2
HD 6434	40.32	01 04 40.2	-39 29 17.6
HD 192263	19.89	20 13 59.8	-00 52 00.8
Gliese 876	4.70	22 53 16.7	-14 15 49.3
HD 102117	42	11 44 50.5	-58 42 13.4
HD 11964	33.98	01 57 09.6	-10 14 32.7
rho CrB(HD 143761)	17.43	16 01 02.7	33 18 12.6
HD 74156	64.56	08 42 25.1	04 34 41.2

<b>NOMBRE</b>	<b>DISTANCIA (pc)</b>	<b><math>\alpha</math>(2000.0) (hh mm ss.s)</b>	<b><math>\delta</math>(2000.0) (<math>^{\circ}</math> ' ")</b>
HD 37605	42.88	05 40 01.7	06 03 38.1
HD 168443	37.88	18 20 03.9	-09 35 44.6
HD 3651	11.11	00 39 21.8	21 15 01.7
HD 121504	44.37	13 57 17.2	-56 02 24.2
HD 101930	30.49	11 43 30.1	-58 00 24.8
HD 178911 B	46.73	19 09 03.1	34 35 59.5
HD 16141	35.91	02 35 19.9	-03 33 38.2
HD 114762	40.57	13 12 19.7	17 31 01.6
HD 80606	58.38	09 22 37.6	50 36 13.4
70 Vir(HD 117176)	18.11	13 28 25.8	13 46 43.6
HD 216770	37.89	22 55 53.7	-26 39 31.5
HD 52265	28.07	07 00 18.0	-05 22 01.8
HD 34445	45	05 17 41.0	07 21 12.0
HD 208487	44	21 57 19.8	-37 45 49.0
HD 93083	28.9	10 44 20.9	-33 34 37.3
GJ 3021(HD 1237)	17.62	00 16 12.7	-79 51 04.3
HD 37124	33.25	05 37 02.5	20 43 50.8
HD 219449	45.52	23 15 53.5	-09 05 15.9
HD 73526	94.71	08 37 16.5	-41 19 08.8
HD 104985	102.04	12 05 15.1	76 54 20.6
HD 82943	27.46	09 34 50.7	-12 07 46.4
HD 169830	36.32	18 27 49.5	-29 49 00.7
HD 8574	44.15	01 25 12.5	28 34 00.1
HD 202206	46.34	21 14 57.8	-20 47 21.2
HD 89744	38.99	10 22 10.6	41 13 46.3
HD 134987	25.65	15 13 28.7	-25 18 33.6
HD 40979	33.33	06 04 29.9	44 15 37.6
HD 12661	37.16	02 04 34.3	25 24 51.5
HD 150706	27.23	16 31 17.6	79 47 23.2
HD 59686	92.51	07 31 48.4	17 05 09.8
HR 810(HD 17051)	17.24	02 42 33.5	-50 48 01.1
HD 142	25.64	00 06 19.2	-49 04 30.7
HD 92788	32.32	10 42 48.5	-02 11 01.5
HD 28185	39.56	04 26 26.3	-10 33 03.0
HD 196885	33	20 39 51.9	11 14 58.7
HD 142415	34.57	15 57 40.8	-60 12 00.9
HD 177830	59.03	19 05 20.8	25 55 14.4
HD 154857	68.54	17 11 15.7	-56 40 50.9
HD 108874	68.54	12 30 26.9	22 52 47.4
HD 4203	77.82	00 44 41.2	20 26 56.1
HD 128311	16.57	14 36 00.6	09 44 47.5
HD 27442	18.23	04 16 29.0	-59 18 07.8
HD 210277	21.29	22 09 29.9	-07 32 55.2
HD 19994	22.38	03 12 46.4	-01 11 46.0
HD 188015	52.63	19 52 04.5	28 06 01.4
HD 13189	1851.85	02 09 40.2	32 18 59.2
HD 20367	27.13	03 17 40.0	31 07 37.4
HD 114783	20.43	13 12 43.8	-02 15 54.1
HD 147513	12.87	16 24 01.3	-39 11 34.7
HIP 75458(HD 137759)	31.33	15 24 55.8	58 57 57.8

---



<b>NOMBRE</b>	<b>DISTANCIA (pc)</b>	<b><math>\alpha</math>(2000.0) (hh mm ss.s)</b>	<b><math>\delta</math>(2000.0) (<math>^{\circ}</math> ' ")</b>
HD 65216	35.59	07 53 41.3	-63 38 50.4
HD 183263	52.83	19 28 24.6	08 21 29.0
HD 141937	33.46	15 52 17.5	-18 26 09.8
HD 41004A	43.03	05 59 49.6	-48 14 22.9
HD 47536	121.36	06 37 47.6	-32 20 23.0
HD 23079	34.60	03 39 43.1	-52 54 57.0
16 CygB(HD 186427)	21.41	19 41 52.0	50 31 03.1
HD 4208	32.70	00 44 26.7	-26 30 56.4
HD 114386	28.04	13 10 39.8	-35 03 17.2
HD 45350	48.95	06 28 45.7	38 57 46.7
$\gamma$ Cephei(HD 222404)	13.79	23 39 20.8	77 37 56.2
HD 213240	40.75	22 31 00.4	-49 25 59.8
HD 10647	17.35	01 42 29.3	-53 44 27.0
HD 10697	32.56	01 44 55.8	20 04 59.3
47 Uma(HD 95128)	14.08	10 59 28.0	40 25 48.9
HD 190228	62.11	20 03 00.8	28 18 24.7
HD 114729	35	13 12 44.3	-31 52 24.1
HD 111232	28.88	12 48 51.8	-68 25 30.5
HD 2039	90.1	00 24 20.3	-56 39 00.2
HD 136118	52.27	15 18 55.5	-01 35 32.6
HD 50554	31.03	06 54 42.8	24 14 44.0
HD 196050	46.93	20 37 51.7	-60 38 04.1
HD 216437	26.52	22 54 39.5	-70 04 25.4
HD 216435	33.29	22 53 37.3	-48 35 53.8
HD 106252	37.44	12 13 29.5	10 02 29.9
HD 23596	51.98	03 48 00.4	40 31 50.3
14 Her(HD 145675)	18.15	16 10 24.3	43 49 03.5
HD 142022	35.87	16 10 15.0	-84 13 53.8
HD 39091	18.21	05 37 09.9	-80 28 08.8
HD 70642	28.76	08 21 28.1	-39 42 19.5
HD 33636	28.69	05 11 46.4	04 24 12.7
Epsilon Eridani(HD 22049)	3.22	03 32 55.8	-09 27 29.7
HD 117207	33.01	13 29 21.1	-35 34 15.6
HD 30177	54.70	04 41 54.4	-58 01 14.7
HD 50499	47.26	06 52 02.0	-33 54 56.0
HD 89307	30.88	10 18 21.3	12 37 16.0
HD 72659	51.36	08 34 03.2	-01 34 05.6
GI 777A(HD 190360A)	158.920	20 03 37.4	29 53 48.5
GQ Lup	?	15 49 12.1	-35 39 04.0
2M1207	?	12 07 33.4	-39 32 54.0
AB Pic	45.52	06 19 12.9	-58 03 15.5
OGLE-TR-56	1500	17 56 35.5	-29 32 21.2
OGLE-TR-113	1500	10 52 24.4	-61 26 48.5
OGLE-TR-132	1500	10 50 34.7	-61 57 25.9
OGLE-TR-10	1500	17 51 28.3	-29 52 34.9
OGLE-TR-111	1500	10 53 17.9	-61 24 20.3

---